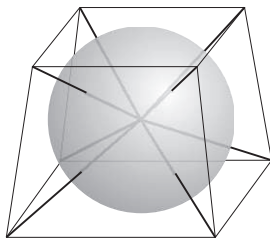


Megoldás. Megmutatjuk, hogy a keresett arány az adott gömb sugarának harmada. Következő bizonyításunk nemcsak csomagulára, hanem valamennyi olyan síklapokkal határolt konvex testre érvényes, melynek minden lapja érinti az adott gömböt.



Legyen $\mathcal{K}$ egy ilyen test. Kössük össze a gömb középpontját $\mathcal{K}$ csúcsaival. Így $\mathcal{K}$ -t feldaraboltuk olyan kisebb gúlákra, melyek alaplappjai megegyeznek $\mathcal{K}$ lapjaival, csúcsuk pedig az adott gömb középpontja. Mivel a gömb $\mathcal{K}$ minden lapját érinti, azért mindegyik gúla magassága megegyezik az adott gömb r sugarával.

Ha $\mathcal{K}$ lapjainak területe $T_1, T_2, \dots, T_k$, akkor $\mathcal{K}$ felszíne

$$A = T_1 + T_2 + \dots + T_k,$$

térfogata pedig megegyezik az egyes gúlák térfogatának összegével, azaz

$$V = \frac{T_1 \cdot r}{3} + \frac{T_2 \cdot r}{3} + \dots + \frac{T_k \cdot r}{3} = \frac{(T_1 + T_2 + \dots + T_k) \cdot r}{3} = \frac{A \cdot r}{3}.$$

A térfogat és a felszín aránya tehát $\frac{V}{A} = \frac{r}{3}$, azaz az adott gömb sugarának harmada.