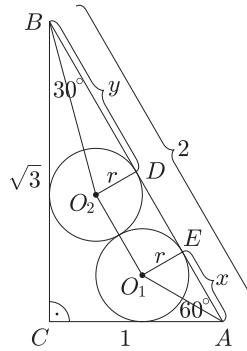


Az ABC derékszögű háromszögben legyen $BAC \sphericalangle = 60^\circ$ és válasszuk az AB átfogót 2 egységnyinek. Könnyű észrevenni, hogy a háromszög egy egyenlő oldalú háromszögnek éppen a fele, s ezért $AC = 1$ és $BC = \sqrt{3}$.



A két egyenlő, r sugarú kör O_1 , illetve O_2 középpontjának vetülete az átfogóra E , illetve D . Legyen $AE = x$, $BD = y$, ekkor

$$(1) \quad x + y + 2r = 2.$$

Az O_1AE háromszögből: $x = \frac{r}{\tan 30^\circ} = \frac{3r}{\sqrt{3}}$. Az O_2BD háromszögből: $y = \frac{r}{\tan 15^\circ}$.

$$\tan 15^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{1 + \cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = 2 - \sqrt{3}, \quad \text{ezért} \quad y = \frac{r}{2 - \sqrt{3}}.$$

A kapott értékeket (1)-be helyettesítve:

$$\frac{3r}{\sqrt{3}} + \frac{r}{2 - \sqrt{3}} + 2r = 2, \quad \text{azaz} \quad r \left(\frac{4\sqrt{3} + 6}{\sqrt{3}} \right) = 2, \quad \text{innen} \quad r = 2 - \sqrt{3}.$$

A keresett arány:

$$\frac{CA}{r} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}.$$