

Megoldás. Az 5-ös lottó sorsolásakor 90 számból húznak ki ötöt, ez $\binom{90}{5}$ -féleképpen lehetséges.

A számunkra kedvező esetek – vagyis azok a húzások, amelyekben legalább egy olyan szám előfordul, amely az előző heti nyertes számok között szerepelt – helyett számítsuk ki a kedvezőtlen esetek számát. Ez akkor következik be, amikor abból a 85 számból húznak ki 5 számot, amelyek az előző héten nem szerepeltek a kihúzott számok között; ez $\binom{85}{5}$ -féleképpen lehetséges. Ha ezt kivonjuk az összes esetek számából, akkor megkapjuk a számunkra kedvező esetek számát. A keresett $\mathbf{P}$ valószínűséget a kedvező esetek és az összes eset hányadosa adja, azaz

$$\mathbf{P} = \frac{\binom{90}{5} - \binom{85}{5}}{\binom{90}{5}} = 1 - \frac{\binom{85}{5}}{\binom{90}{5}} = 1 - \frac{\frac{85!}{5! \cdot 80!}}{\frac{90!}{5! \cdot 85!}} = 1 - \frac{85! \cdot 85!}{80! \cdot 90!}.$$

Egyszerűsítsük a törtet 85!-sal, illetve 80!-sal:

$$\mathbf{P} = 1 - \frac{81 \cdot 82 \cdot 83 \cdot 84 \cdot 85}{86 \cdot 87 \cdot 88 \cdot 89 \cdot 90}.$$

A számlálót és a nevezőt is bontsuk fel prímtényezőkre, majd végezzük el az egyszerűsítéseket:

$$\mathbf{P} = 1 - \frac{2^3 \cdot 3^5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 17 \cdot 41 \cdot 83}{2^5 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 29 \cdot 43 \cdot 89} = 1 - \frac{3\,644\,613}{4\,883\,252} = \frac{1\,238\,639}{4\,883\,252} \approx 0,253\,65.$$

Tehát annak valószínűsége, hogy az esemény bekövetkezik, kb. 0,25%.

()

Szóllósi Ferenc (Jászberény, Lehel Vezér Gimn., 12. évf.)