

**I. megoldás.** A számtani sorozat első elemét jelölje  $a$  (egész), különbségét  $d \neq 0$ . Tekintsünk egy olyan  $p$  prímszámot, amely nem osztója a sorozat differenciájának,  $d$ -nek. Ekkor az egymást követő  $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+(p^2-1)d$  számok ( $p^2$  darab)  $p^2$ -tel osztva mind különböző maradékot adnak. Legyen ugyanis  $0 \leq l < k \leq p^2 - 1$ ,  $r = (a + kd) - (a + ld) = (k - l)d$ . Mivel  $p \nmid d$ , így a szorzat csak úgy lehetne  $p^2$ -tel osztható, ha  $p^2$  osztaná  $(k - l)$ -et. Ez a pozitív különbség azonban kisebb  $p^2$ -nél, így nem lehet osztható vele. A  $p^2$ -féle különböző maradék között valamelyik 0 kell legyen, tehát a sorozatnak az  $a$  tagja osztható  $p^2$ -tel.

()

*Több megoldás alapján*

**II. megoldás.** Azt kell megvizsgálnunk, hogy az  $a + nd$  számnak lehet-e négyzetszám osztója. Azt állítjuk, hogy az  $n = a(d + 2)$  választás megfelelő.

$$a + a(d + 2)d = a[1 + d^2 + 2d] = a(d + 1)^2.$$

()

*Csorba János* (Győr, Apor Vilmos Gimn., 9. o.t.) dolgozatának felhasználásával