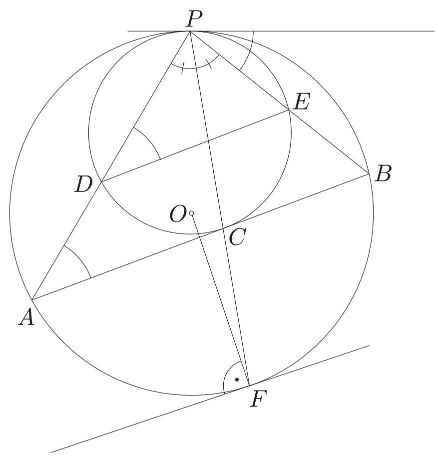
I. megoldás. Mivel a két kör P-nél levő érintője közös, $PDE\sphericalangle = PAB\sphericalangle$, hiszen a megfelelő körökben ahhoz az ívhez tartozó kerületi szögek, amelyhez a P-nél keletkező érintőszárú kerületi szög is tartozik (*ábra*).



Az ABP és DEP háromszögek hasonlósága miatt így

$$PA : PB = PD : PE = 11 : 10,$$

vagyis

$$PA = \frac{11}{10} PB \quad \text{és} \quad PD = \frac{11}{10} PE.$$

Ezért a szelőtétel szerint

$$\frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AP \cdot AD}{BP \cdot BE} = \frac{PA(PA - PD)}{PB(PB - PE)} = \frac{\frac{11}{10} PB \cdot \left(\frac{11}{10} PB - \frac{11}{10} PE\right)}{PB(PB - PE)} = \frac{11^2}{10^2},$$

azaz $BC = \dfrac{10}{11} AC$. Innen $84 = AB = AC + BC = \dfrac{21}{11} AC$, tehát $AC = \dfrac{11}{21} \cdot 84 = 44$.

II. megoldás. Alkalmazzuk azt a P középpontú nagyítást, amely a kisebbik kört a nagyobbikba viszi. Ennek során D képe A, E képe B, így

$$PA : PB = PD : PE = 11 : 10.$$

Az AB egyenes képe párhuzamos AB-vel, és érinti a nagyobbik kört; jelölje az érintési pontot F. Az F pont felezi az AB ívet, hiszen az érintő merőleges az érintési pontba húzott OF sugárra, ami – merőleges lévén az érintővel párhuzamos AB húrra – éppen az AB szakasz felező merőlegesén van. Így PF felezi az APB szöget. Mivel AB a C-ben érinti a kisebbik kört, a nagyítás során C képe F, azaz C a szögfelezőre esik. A szögfelező tétel szerint $AC : CB = PA : PB = 11 : 10$, tehát

$$AC = \frac{11}{21} AB = \frac{11}{21} \cdot 84 = 44.$$

() *Juhász Máté Lehel* (Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. évf.)