

Megoldás. Keressünk olyan k és n nemnegatív racionális számokat, amelyekre igaz, hogy ha az első egyenlőtlenség k -szorosához hozzáadjuk a második egyenlőtlenség n -szeresét, akkor a harmadik egyenlőtlenséget kapjuk. Írjuk fel a műveleteket:

$$\begin{aligned} kx + k \cdot 2y + k \cdot 4z &\geq 3k, \\ ny - n \cdot 3x + n \cdot 2z &\geq 5n. \end{aligned}$$

Végezzük el az összeadást:

$$(*) \quad (n + 2k)y + (k - 3n)x + (4k + 2n)z \geq 3k + 5n.$$

Ez akkor egyezik meg a harmadik egyenlőtlenséggel, ha minden egyes ismeretlen együtthatója megegyezik, másfelől a konstansok is egyenlők, azaz

$$\begin{array}{ll} (1) & n + 2k = 1, & (3) & 4k + 2n = 2, \\ (2) & k - 3n = -1, & (4) & 3k + 5n = 3. \end{array}$$

A (3) egyenlőség ugyanazt mondja ki, mint az (1). Az (1) és (2) egyenletekből $n = 1 - 2k$, $k = \frac{2}{7}$ és $n = \frac{3}{7}$ adódik.

Írjuk ezt be a (*) egyenlőtlenségbe:

$$\left(\frac{3}{7} + \frac{4}{7}\right)y + \left(\frac{2}{7} - \frac{9}{7}\right)x + \left(\frac{8}{7} + \frac{6}{7}\right)z \geq \frac{6}{7} + \frac{15}{7},$$

azaz $y - x + 2z \geq 3$, valóban a kívánt egyenlőtlenséget kaptuk.