

Megoldás. A feladat úgy fogalmazható át az algebra nyelvére, hogy létezik-e három pozitív egész szám, amelyek köbének összege 2002?

Tudjuk, hogy egy egész szám 3-mal osztva 0, 1 vagy 2 (azaz -1) maradékot ad, azaz $3k$, $3k+1$, vagy $3k-1$ alakú, alkalmas k egészszel. Ha a számokat köbre emeljük, akkor

$$\begin{aligned}(3k)^3 &= 27k^3, \\ (3k+1)^3 &= 27k^3 + 27k^2 + 9k + 1 = 9(3k^3 + 3k^2 + k) + 1, \\ (3k-1)^3 &= 27k^3 - 27k^2 + 9k - 1 = 9(3k^3 - 3k^2 + k) - 1,\end{aligned}$$

tehát a 9-cel való osztás maradéka 0, 1 vagy 8 (azaz -1) lesz. Ezért három köbszám összegének 9-cel való osztási maradéka 0, ± 1 , ± 2 , ± 3 lehet. A 2002 maradéka 9-cel osztva 4, így a feladat kérdésére nemleges a válasz.

()

Éliás Gergely (Pannonhalma, Bencés Gimn., 12. évf.)