

Megoldás. Ha a sorozat három egymás utáni tagja közül a két szélső ugyanaz a szám (azaz $a_{k-1} = x$, $a_k = y$, $a_{k+1} = x$), akkor az xy szorzat pozitív és negatív előjellel is szerepel az összegben. Ekkor a tagok száma 2-vel csökkenthető úgy, hogy az x , y , x szomszédos tagok helyett csak egy x -et hagyunk meg, mivel a szorzatok összege változatlan marad, és az új sorozatra is fennállnak a feladatban szabott feltételek. Folytassuk ezt az eljárást mindaddig, amíg találunk ilyen típusú szomszédos tagokat. Ha már nincsenek ilyen tagok, akkor – mivel csak háromféle elemből állhat a sorozat $-a_k \neq a_{k+2}$, tehát a sorozat $a, b, c, a, b, c, \dots, a, b, c, a$ alakú lesz. Ebben a sorozatban a tagok száma változatlanul páratlan, és 3-mal osztva 1-et ad maradékul, tehát $6m + 1$ alakú szám.

Ekkor az összegben 6-os periódusban ismétlődnek az

$$(ab - bc + ca - ab + bc - ca)$$

részletösszegek, amelyek összege 0, tehát az egész váltakozó előjelű szorzatösszeg értéke is 0.

()

Jelitai Kálmán (Budapest, Szent István Gimn., 11. évf.)