

I. megoldás. Ismert, hogy három pont közé „csillag” illetve „delta” alakban kapcsolt ellenállások hálózata – ha megfelelően választjuk meg az egyes ellenállások nagyságát – egyenértékű, egymással helyettesíthető. Azt is tudjuk, hogy a kondenzátorok soros, illetve párhuzamos kapcsolását hasonló összefüggések írják le, mint az ellenállásokét. Emiatt feltételezhetjük, hogy 3 „csillagszerűen” kapcsolt kondenzátor helyettesíthető 3 másik, háromszög („delta”) alakban kapcsolt kondenzátorral.

Tekintsük a kérdéses kapcsolat felső ágában található kettő és a középső ágban levő kondenzátorokat, és helyettesítsük ezt a három, csillag-kapcsolású rendszert alkalmas delta-kapcsolással. Mivel a csillag mindegyik ágában ugyanakkora, $C_0 = 1 \mu\text{F}$ -os kondenzátor található, a helyettesítő delta-kapcsolásban is csupa egyforma, C_1 kapacitású kondenzátornak kell lennie (1. ábra). A két kapcsolat akkor egyenértékű, ha

$$\left(\frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_0}\right)^{-1} = C_1 + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1}\right)^{-1},$$

azaz

$$C_1 = \frac{1}{3}C_0.$$

2. ábra

A csillag–delta átalakítás után a kapcsolás a helyettesítő *2. ábrán* látható módon rajzolható fel. Ez a kapcsolás már csak párhuzamosan, illetve sorosan kapcsolt kondenzátorokat tartalmaz, így az A és B pontok közötti eredő kapacitás könnyen számolható:

$$C_{AB} = C_1 + \left(\frac{1}{C_1 + C_0} + \frac{1}{C_1 + C} \right)^{-1} = \frac{5C + 3C_0}{3C + 5C_0} C_0.$$

Ez az összefüggés

$$C_{AB} = \left(\frac{5}{3} - \frac{16}{3} \frac{C_0}{3C + 5C_0} \right) C_0$$

alakban is felírható, s erről leolvasható, hogy a $0 \leq C < \infty$ tartományban C_{AB} monoton növekszik (*3. ábra*).

C_{AB} legkisebb értéke a $C = 0$ -hoz tartozó

$$C_{\min} = \frac{3}{5} C_0 = 0,6 \text{ } \mu\text{F},$$

felső korlátja pedig a $C \rightarrow \infty$ határesetnek megfelelő

$$C_{\max} = \frac{5}{3} C_0 = 1,67 \text{ } \mu\text{F}.$$

Ha C tetszőleges (nemnegatív) érték lehet, akkor

$$\frac{3}{5} \text{ } \mu\text{F} \leq C_{AB} < \frac{5}{3} \text{ } \mu\text{F}.$$

Bauer Péter (Szombathely, Bolyai J. Gimn., 10. o.t.) és
S. Szöllősi István (Nagyenyed, Bethlen G. Nemzeti Kollégium, 11. o.t.) dolgozata alapján

4. ábra

II. megoldás. A kapcsolás bal alsó, bal felső és középső kondenzátora delta-kapcsolásban helyezkedik el. Ez a három (egyenként $C_0 = 1 \mu\text{F}$ -os) kondenzátor 3 darab $C_2 = 3C_0 = 3 \mu\text{F}$ -os, csillag alakban kapcsolt kondenzátorral, az egész kapcsolás pedig a *4. ábrán* látható elrendezéssel helyettesíthető.

Az eredő kapacitás most is elvben egyszerűen számítható. A jobb felső ág eredője

$$\left(\frac{1}{C_0} + \frac{1}{3C_0}\right)^{-1} = \frac{3}{4}C_0,$$

a jobb alsó ágé pedig

$$\left(\frac{1}{3C_0} + \frac{1}{C}\right)^{-1} = \frac{3CC_0}{C + 3C_0},$$

a két ág párhuzamos eredője pedig az összegük:

$$C_{\text{jobb}} = \frac{3}{4}C_0 + \frac{3CC_0}{C + 3C_0} = \frac{3C_0}{4} \cdot \frac{5C + 3C_0}{C + 3C_0}.$$

Végül az A és B pontok közötti kapacitás

$$C_{AB} = \left(\frac{1}{3C_0} + \frac{1}{C_{\text{jobb}}}\right)^{-1} = \frac{5C + 3C_0}{3C + 5C_0}C_0.$$

Ritzinger György (Szolnok, Versegly F. Gimn., 12. o.t.)

5. ábra

III. megoldás. Vigyünk az A pontra Q töltést, a B pontra pedig $-Q$ töltést, és jelöljük az egyes kondenzátorokra

jutó töltéseket az 5. ábrán látható módon. A töltésmegmaradást kifejező egyenletek:

$$(1) \quad Q_1 + Q_2 = Q,$$

$$(2) \quad -Q_4 - Q_5 = -Q,$$

$$(3) \quad Q_3 + Q_4 - Q_2 = 0,$$

továbbá a fentiekből már következő

$$-Q_1 - Q_3 + Q_5 = 0.$$

Az egyes kondenzátorokra eső feszültséget kifejezhetjük a töltésekkel és a kapacitásokkal ($U = Q/C$), és felírhatjuk, hogy a bal, illetve a jobb oldali hurokban a teljes körfeszültség nulla:

$$(4) \quad \frac{Q_2}{1 \mu\text{F}} + \frac{Q_3}{1 \mu\text{F}} - \frac{Q_1}{1 \mu\text{F}} = 0,$$

illetve

$$(5) \quad \frac{Q_4}{1 \mu\text{F}} - \frac{Q_5}{C} - \frac{Q_3}{1 \mu\text{F}} = 0.$$

Fejezzük még ki az A és a B pontok közötti feszültséget az eredő kapacitással, illetve a felső ágban levő két kondenzátor feszültségével:

$$(6) \quad \frac{Q}{C_{AB}} = \frac{Q_2}{1 \mu\text{F}} + \frac{Q_4}{1 \mu\text{F}}.$$

Az (1)–(6) egyenletrendszerből Q_1 -et, Q_2 -t, Q_3 -at, Q_4 -et és végül Q_5 -öt kiküszöbölve a keresett eredő kapacitásra végül

$$C_{AB} = \frac{5C + 3 \mu\text{F}}{3C + 5 \mu\text{F}} \mu\text{F}$$

adódik, összhangban az előző megoldások eredményével.

Borosán Péter (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., 12. o.t.) dolgozata alapján