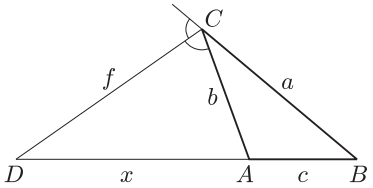
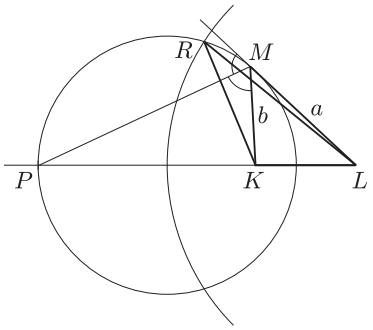
Tekintsük a feladatot megoldottnak.



1. ábra

Jelöljük a háromszög csúcsait A, B, C-vel, oldalait a szokásos módon a, b, c-vel, messe a C csúcshoz tartozó külső szögfelező az AB egyenest D-ben, legyen $DA = x$ és $DC = f$ (*1. ábra*). A külső szögfelezőre vonatkozó tétel szerint (lásd pl. *Geometriai feladatok gyűjteménye* I. kötet, 1251. feladat) $x = \dfrac{bc}{a-b}$, vagyis $x : c = b : (a-b)$. A $b : (a-b)$ arány, s így x és c aránya is csak az $a : b$ aránytól függ, mert $\dfrac{b}{a-b} = \dfrac{1}{\frac{a}{b}-1}$.



2. ábra

Ezek alapján a szerkesztés a következő. Az adott a és b oldalak és az f szögfelező ismeretében először szerkesztünk egy tetszőleges olyan KLM háromszöget, amelyben $LM = a$ és $MK = b$ (az oldalak jelölését válasszuk úgy, hogy $a \geq b$ teljesüljön). Ezután megszerkesztjük a KLM háromszög M-hez tartozó külső szögfelezőjének és KL oldalegyenesének P metszéspontját (*2. ábra*). Ekkor $PK : KL = b : (a-b) == DA : AB$. A PK szakasz fölé $f : b$ arányú, a KL szakasz fölé pedig $b : a$ arányú Apollóniusz kört szerkesztünk, a két kör PKL egyenesre szimmetrikus metszéspontjainak egyikét pedig R-rel jelöljük. Az így kapott KLR háromszög hasonló a szerkesztendő ABC háromszöghöz, mert megfelelő oldalaik aránya megegyezik. Ezért a KLR háromszöget $a : LR$ arányban nagyítva (kicsinyítve) kapjuk a szerkesztendő háromszöget.

A feladatnak nincs megoldása, ha $a = b$ (ekkor a külső szögfelező egyenese nem metszi a szemközti oldalt). Ha $a \neq b$, akkor a megoldások száma 1 vagy 0, attól függően, hogy a két Apollóniusz kör metszi egymást, vagy sem.

Kovács Dóra Judit (Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján