

Jelölje a az először kiválasztott számot és b a másodikat. A kérdés az, hogy $u = a + b$ vagy $v = a - b$ lesz-e több esetben osztható 3-mal. Az esetek megszámlálásához célszerű a lehetőségeket csoportosítani.

Amennyiben a és b mindegyike osztható 3-mal, akkor u és v bármelyike ugyancsak osztható 3-mal. Ha a és b közül csak az egyik osztható 3-mal, akkor u és v egyike sem lesz 3-mal osztható.

Vizsgálunk kell még azokat a lehetőségeket, amikor a két kiválasztott szám egyike sem osztható 3-mal. Ezeket is célszerű aszerint csoportosítani, hogy a számok 3-mal osztva 1-et vagy 2-t adnak-e maradékul. Ez két halmaz: $A = \{1, 4, 7\}$ és $B = \{2, 5, 8\}$. Ha a és b mindegyike vagy az A , vagy a B halmazból való, akkor $a - b$ osztható 3-mal, de $a + b$ nem. Ez összesen $3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 18$ lehetőség. Amennyiben a és b egyike az A halmazból, másikuk a B halmazból való, akkor viszont $a - b$ nem osztható 3-mal, de $a + b$ osztható 3-mal. Ez ugyancsak $3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 18$ lehetőség. Az összeg és a különbség tehát ugyanannyi esetben osztható 3-mal, a két esemény valószínűsége egyenlő.

Megjegyzés. Tekintettel a kapott eredményre, felmerül a kérdés, hogy nem lehetne-e ezt a lehetőségek párosításával, esetszétválasztás nélkül bizonyítani. Ez valóban lehetséges.

Minden kiválasztott (a, b) párhoz rendeljük hozzá az $(a, 9 - b)$ párt. $9 - (9 - b) = b$ miatt ez kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés (bijekció), hiszen b -vel együtt $9 - b$ is végigfut az adott halmazon. Mivel 9 páratlan, $9 - b = b$ lehetetlen, ezért minden párhoz egy tőle különbözőt rendeltünk. Mármost $a - (9 - b) = a + b - 9$ alapján a második pár különbsége pontosan akkor osztható 3-mal, ha az első pár összege osztható 3-mal, ezért valóban mindkét eset ugyanannyiszor fordul elő.

Világos, hogy ugyanezzel az eljárással bizonyítható az eredmény a 9 helyett a 3 minden páratlan többszörösére. Számos dolgozatban az összes eset felírása szerepelt (ami természetesen helyes megoldás). De 9 helyett például 999 esetén szinte lehetetlen volna. Ebben az esetben a fenti megoldás is nehezebb lenne.