

Mivel  $\alpha$  és  $\beta$  hegyesszögek, azért szögfüggvényeik pozitívak. Felhasználva a  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  azonosságot, a  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta < 1$  feltételből  $\sin^2 \beta < \cos^2 \alpha$ , azaz  $\sin \beta < \cos \alpha$  következik. Ugyanígy láthatjuk be, hogy  $\sin \alpha < \cos \beta$ . Tehát

$$0 < \sin \alpha \cdot \sin \beta < \cos \alpha \cdot \cos \beta.$$

Ezt az egyenlőtlenséget  $2 \sin \alpha \cdot \sin \beta$ -val szorozva, majd a bal oldalt átalakítva kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} 2 \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta &< 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta, \\ \sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \beta) + \sin^2 \beta (1 - \cos^2 \alpha) &< 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta. \end{aligned}$$

Rendezve:

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta < \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta + \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha.$$

A jobb oldalon lévő kifejezés a  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$  azonosság szerint éppen  $\sin^2(\alpha + \beta)$ . Ezzel tehát bebizonyítottuk, hogy feltételeink teljesülése esetén  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta < \sin^2(\alpha + \beta)$ .