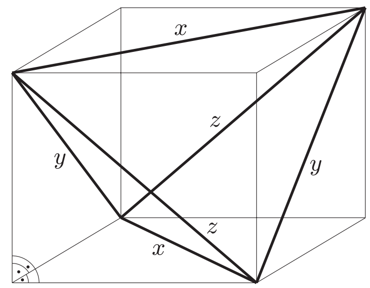
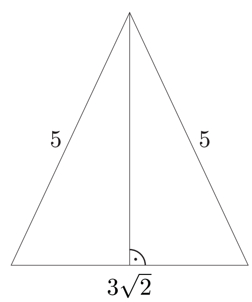
Az állítás nem igaz. Megmutatjuk, hogy vannak olyan, ún. egyenlő oldalú – azaz négy egybevágó háromszöglappal rendelkező – tetraéderek, melyek lapjai egyenlő területűek, de a két tetraéder térfogata különböző.

Felhasználjuk, hogy minden tetraédernek van bennfoglaló paralelepipedonja, és a két test térfogatának aránya 1 : 3. (Ezeknek az állításoknak a bizonyítása megtalálható pl. a *Geometriai feladatok gyűjteménye I.* kötetének 2069. és 2083. feladataiban.) Az is könnyen igazolható, hogy ha a bennfoglaló paralelepipedon téglatest, akkor a tetraéder egyenlő oldalú (*1. ábra*).



1. ábra

Legyen az egyik tetraéderünk bennfoglaló paralelepipedonja olyan téglatest, melynek egy csúcsban találkozó három éle rendre 3 m, 3 m és 4 m hosszú. Ekkor a lapátlók, vagyis a tetraéder élei rendre $3\cdot\sqrt{2}$ m, 5 m és 5 m hosszúak. A tetraéder lapjai tehát olyan egyenlőszárú háromszögek, melyek alapja $3\cdot\sqrt{2}$ m, szárai pedig 5 m hosszúak. Ezért az alaphoz tartozó magasság Pitagorasz tétele alapján $\sqrt{5^2-\left(\frac{3\cdot\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{41}{2}}$ (*2. ábra*), vagyis a lapok területe $\frac{3\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{41}{2}}}{2}\ \mathrm{m}^2=\frac{3}{2}\sqrt{41}\ \mathrm{m}^2$.



2. ábra

Legyen a másik tetraéderünk bennfoglaló paralelepipedonja egy $\sqrt{3\cdot\sqrt{\frac{41}{3}}}$ m élű kocka. Ekkor a tetraéder egy $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3\cdot\sqrt{\frac{41}{3}}}$ m élű szabályos tetraéder, tehát lapjainak területe $\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\left(\sqrt{2}\cdot\sqrt{3\cdot\sqrt{\frac{41}{3}}}\right)^2\ \mathrm{m}^2=\frac{3}{2}\sqrt{41}\ \mathrm{m}^2$.

Tehát a két tetraéder lapjai egyenlő területűek, az első térfogata $\frac{1}{3}\cdot 3\cdot 3\cdot 4\ \mathrm{m}^3=12\ \mathrm{m}^3$, a másodiké viszont $\frac{1}{3}\left(\sqrt{3\cdot\sqrt{\frac{41}{3}}}\right)^3\ \mathrm{m}^3\approx 12{,}31\ \mathrm{m}^3$.

Sparing Dániel (Budapest, ELTE Radnóti M. Gyakorlóisk., 11. évf.) dolgozata alapján