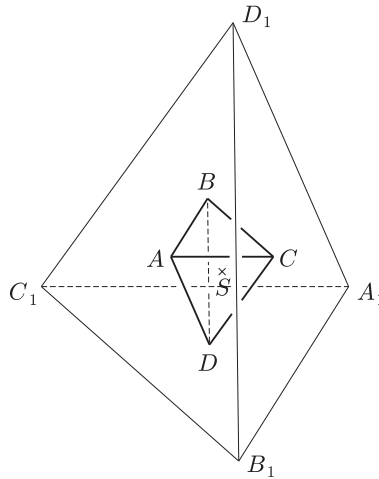


Legyen az $ABCD$ tetraéder súlypontja S , $\vec{SA} = \mathbf{a}$, $\vec{SB} = \mathbf{b}$, $\vec{SC} = \mathbf{c}$ és $\vec{SD} = \mathbf{d}$. Mivel S súlypont, azért

$$(1) \quad \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \mathbf{d} = \mathbf{0}.$$



Alkalmazzunk az $ABCD$ tetraéderre S középpontú, -3 arányú középpontos hasonlóságot, legyen ennek során a tetraéder képe az $A_1B_1C_1D_1$ tetraéder. A hasonlóságnál sík és képe párhuzamosak, ezért az $A_1B_1C_1D_1$ tetraéder lapsíkjai párhuzamosak az $ABCD$ tetraéder lapsíkjaival. A hasonlóság aránya -3 , ezért $\mathbf{a}_1 = \vec{SA_1} = -3\mathbf{a}$, $\mathbf{b}_1 = \vec{SB_1} = -3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_1 = \vec{SC_1} = -3\mathbf{c}$ és $\mathbf{d}_1 = \vec{SD_1} = -3\mathbf{d}$. Legyen az $A_1B_1C_1$ háromszög súlypontja S_D . Ekkor a súlypontra vonatkozó ismert összefüggést és (1)-et felhasználva:

$$\vec{SS_D} = \frac{\mathbf{a}_1 + \mathbf{b}_1 + \mathbf{c}_1}{3} = -\mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{c} = \mathbf{d}.$$

Ez azt jelenti, hogy az $A_1B_1C_1$ háromszög súlypontja D . Így D rajta van az $A_1B_1C_1$ síkon, és mivel egy ponton át egy adott síkkal pontosan egy párhuzamos sík fektethető, az $A_1B_1C_1$ sík éppen a feladatunkban szereplő, D -n átmenő, ABC síkkal párhuzamos sík.

Ugyanígy látható be, hogy az $A_1B_1C_1D_1$ tetraéder többi lapsíkja is átmege az $ABCD$ tetraéder megfelelő csúcsain, illetve hogy a további lapok súlypontjai rendre A , B és C , amivel feladatunk állítását bebizonyítottuk.