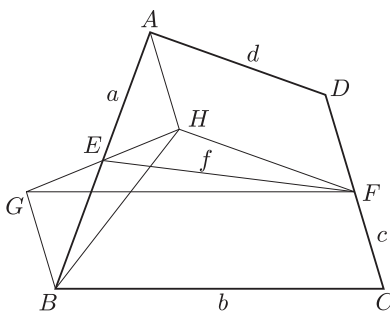
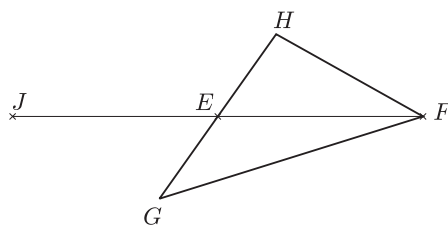


Tekintsük a feladatot megoldottnak. Jelöljük a négyszög csúcsait az 1. ábrán látható módon A, B, C, D -vel, az AB oldal felezőpontja legyen E , az CD oldalé pedig F . Legyen C -nek a BF szakasz felezőpontjára vonatkozó tükörképe G , D -nek az AF szakasz felezőpontjára vonatkozó tükörképe pedig H . Ekkor a $BCFG$ és az $ADFH$ négyszögek paralelogrammák. Ezért BG párhuzamos és egyenlő CF -fel, AH pedig párhuzamos és egyenlő DF -fel. Viszont F a CD szakasz felezőpontja, tehát BG párhuzamos és egyenlő AH -val, azaz a $BGAH$ négyszög is paralelogramma. Ezért AB átlójának E felezőpontja a GH átlóját is felezi. Ezek szerint a GHE háromszögben FE súlyvonal.



1. ábra

A GHE háromszögben az $FE = f$ súlyvonalon kívül két oldalt is ismerünk, mert $GF = BC = b$ és $HE = AD = d$. Ezekből az adatokból a GHE háromszög egyszerűen megszerkeszthető:



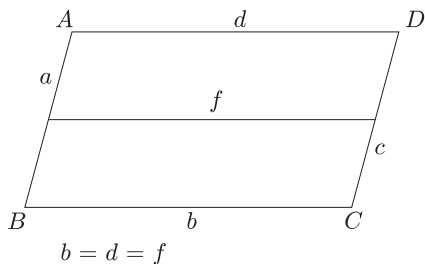
2. ábra

Vegyük fel az $FJ = 2f$ szakaszt, jelöljük ki ennek E felezőpontját, majd szerkesszük meg a J középpontú, d sugarú és az F középpontú, b sugarú körök G metszéspontját (2. ábra). Tükrözzük végül G -t E -re, a tükörkép legyen H . Az így szerkesztett GHE háromszögben $FE = f$ nyilván súlyvonal, $FG = b$, továbbá HE éppen GJ E -re vonatkozó tükörképe, tehát $HE = d$.

Az E és H pontok ismeretében A -t az E középpontú, $\frac{a}{2}$ sugarú és a H középpontú, $\frac{c}{2}$ ($= FD$) sugarú körök metszéspontjaként kapjuk. A -t E -re tükrözve kapjuk B -t, végül G -t BF , H -t pedig AF felezőpontjára tükrözve kapjuk a négyszög C és D csúcsait.

Szerkesztésünkből következik, hogy az $ABCD$ négyszög megfelel a feltételeknek, mert $AB = 2 \cdot AE = 2 \cdot \frac{a}{2} = a$, $BC = FG = b$, $AD = HE = d$, DF egyenlő FC -vel, hosszuk egyenként $\frac{c}{2}$, tehát F és E oldalfelezőpontok és $FE = f$.

Feltételként szerepelt, hogy a feladatnak van megoldása, azért $b + d \geq 2f$. Ha $b + d > 2f$, akkor a GHE háromszög, s így az $ABCD$ négyszög is lényegében egyértelműen szerkeszthető meg. Ha $b + d = 2f$, akkor $b \neq d$ esetén ugyancsak egyértelmű a szerkesztés (bár a GHE háromszög elfajul), ha viszont $b = d = f$, akkor végtelen sok megoldás van, ekkor ugyanis az $ABCD$ négyszög paralelogramma (3. ábra).



3. ábra