

Alakítsuk át az egyenletet az alábbi módon:

$$\sin \left[\left(x + \frac{t}{2} \right) + \frac{t}{2} \right] + \sin \left[\left(x + \frac{t}{2} \right) - \frac{t}{2} \right] = 1.$$

A szögek összegének, illetve különbségének szinuszára ismert azonosság szerint tovább alakíthatjuk az egyenletet:

$$\sin \left(x + \frac{t}{2} \right) \cos \frac{t}{2} + \cos \left(x + \frac{t}{2} \right) \sin \frac{t}{2} + \sin \left(x + \frac{t}{2} \right) \cos \frac{t}{2} - \cos \left(x + \frac{t}{2} \right) \sin \frac{t}{2} = 1.$$

Innen

$$2 \sin \left(x + \frac{t}{2} \right) \cos \frac{t}{2} = 1.$$

Nincs megoldása az egyenletnek, ha $\cos \frac{t}{2} = 0$, vagyis ha $t = \pi$.

Ha $t \neq \pi$, rendezzük át az egyenletet:

$$\sin \left(x + \frac{t}{2} \right) = \frac{1}{2 \cdot \cos \frac{t}{2}}.$$

A feltétel szerint most $0 \leq \frac{t}{2} < \frac{\pi}{2}$, azért a jobb oldal pozitív és $\sin \left(x + \frac{t}{2} \right) \leq 1$ miatt pontosan akkor *van* megoldás, ha

$$2 \cos \frac{t}{2} \geq 1.$$

Innen $\cos \frac{t}{2} \geq \frac{1}{2}$, ami a megadott intervallumon akkor teljesül, ha $\frac{t}{2} \leq \frac{\pi}{3}$. Ekkor $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2 \cos \frac{t}{2}} \leq 1$ és ilyen értékekre

van olyan x , amelyre $\sin \left(x + \frac{t}{2} \right) = \frac{1}{2 \cos \frac{t}{2}}$.

Pontosan akkor nincs tehát megoldása az egyenletnek, ha $\frac{2\pi}{3} < t \leq \pi$.

Bene Gyula (Budapest, Egy. Kat. Gimn., 9. évf.)