

Tudjuk, hogy egy szám pontosan akkor osztható 11-gyel, ha a páros és páratlan helyen álló jegyeit összeadva, ezek különbsége osztható 11-gyel.

Először tegyük fel, hogy s osztható 11-gyel. Ekkor, mivel páratlan sok jegyet tartalmaz, ha fordított sorrendben írjuk fel, az eredetileg páratlan helyen álló számjegyek páratlan helyre kerülnek (és ugyanígy a páros helyen álló jegyek párosra). Vagyis az így kapott f szám is osztható lesz 11-gyel, és akkor $s + f$ is.

Ha viszont 11 nem osztója az s -nek, akkor $s = 11k + m$ alakban írható, ahol $0 < m < 11$. A fordított sorrendben felírt f szám 11-gyel osztva ugyancsak m -et ad maradékul. Így $s + f = 11p + 2m$, ahol $0 < 2m < 22$ és $2m$ páros, azaz nem osztható 11-gyel.

Ezzel beláttuk a fordított állítást is, vagyis ha s nem osztható 11-gyel, akkor $s + f$ sem osztható.

Varga Anikó (Komarno, Marianum Egyh. Gimn., 9. évf.)

Megjegyzés. A feladat állítása azon múlik, hogy páratlan sok jegyű számok esetén s és f ugyanazt a maradékot adja 11-gyel osztva.