

A szóban forgó rácspontok $n + 1$ sorban és $n + 1$ oszlopban helyezkednek el. Nevezetesen, az i -edik sor ($0 \leq i \leq n$) azokat a rácspontokat tartalmazza, amelyeknek a második koordinátája i . Hasonlóképpen, az i -edik oszlop azokból a rácspontokból áll, amelyek első koordinátája i . Két rácspontot szomszédosnak fogunk hívni akkor, ha ugyanabban a sorban vagy oszlopban egymás mellett helyezkednek el. Az (i, j) pont szomszédai tehát az $(i - 1, j)$, $(i + 1, j)$, $(i, j - 1)$ és $(i, j + 1)$ pontok, amennyiben ezek is az $ABCD$ négyzet pontjai.

Nyilván jó színezését kapjuk a pontoknak akkor, ha minden sorban felváltva színezzük pirosra és zöldre az egymást követő pontokat. Az egyes sorokat ekkor egymástól függetlenül kétféleképpen színezhajjuk, ezért az ilyen színezéseknek a száma 2^{n+1} . Ugyanílyen megfontolásból lesz jó az a 2^{n+1} színezés is, ahol az egyes oszlopokban követik egymást felváltva a piros és zöld pontok. Mivel a pontokat kétféleképpen lehet úgy kiszínezni, hogy sem a sorokban, sem az oszlopokban nincs két szomszédos azonos színű pont, ezért így összesen

$$2^{n+1} + 2^{n+1} - 2 = 2^{n+2} - 2$$

jó színezést találtunk.

Megmutatjuk, hogy a fentiekén kívül nincs más jó színezés. Ehhez tegyük fel először azt, hogy a pontokat megszíneztük a kívánt módon, és valamelyik oszlopban – mondjuk az i -edikben – van egymás mellett két azonos színű szomszédos pont. Legyenek ezek (i, j) és $(i, j + 1)$. Ekkor az $(i - 1)$ -edik és az $(i + 1)$ -edik oszlopban is található egymás mellett két azonos színű pont. Nevezetesen az $(i - 1, j)$, $(i - 1, j + 1)$, $(i + 1, j)$, $(i + 1, j + 1)$ pontok mind azonos színűek, és egyben az (i, j) , $(i, j + 1)$ pontoktól eltérő színűek kell, hogy legyenek. Indukcióval könnyen ellenőrizhető ezután, hogy az $(i - k, j)$, $(i - k, j + 1)$, $(i + k, j)$, $(i + k, j + 1)$ pontok színe az (i, j) , $(i, j + 1)$ pontokéval megegyező, ha k páros, illetve azokétól eltérő, ha k páratlan.

Tegyük fel most még azt is, hogy valamelyik sorban – mondjuk a j' -edikben – is van egymás mellett két azonos színű pont: (i', j') és $(i' + 1, j')$. Az előbbihez hasonló gondolatmenettel (vagy egyszerűbben: szimmetria okokra hivatkozva) megállapíthatjuk, hogy minden k -ra az $(i', j' - k)$, $(i' + 1, j' - k)$, $(i', j' + k)$, $(i' + 1, j' + k)$ pontok azonos színűek.

A fentiek szerint az (i', j) pont színe meg kell, hogy egyezzen mind az $(i', j + 1)$, mind az $(i' + 1, j)$ pont színével. Ez azonban egy jó színezésben nem történhet meg, hiszen a felsorolt három pont éppen egy egységoldalú rácsnégyzet három csúcsa. Ez az ellentmondás igazolja azon állításunkat, miszerint minden jó színezésben vagy az oszlopokban, vagy a sorokban váltakozó színű pontok követik egymást. A kérdéses színezések száma tehát $2^{n+2} - 2$.