

**I. megoldás.** Tegyük fel, hogy néhány lépés után sikerült elérni, hogy a tetraéder mindegyik élén a 0 álljon. Az ide vezető utolsó lépés előtti helyzet ekkor a következő: az egyik csúcsból kiinduló három élén levő számok  $a$ ,  $b$  és  $c$ , a másik három élén pedig már 0 áll. Ha  $b$  és  $c$  voltak azok, amelyeket a másik két szám különbségével helyettesítettünk, akkor szükségképpen  $a = c$  és  $a = b$ , azaz  $a = b = c$ . Ekkor az  $a$  helyébe  $b + c = 2a$ -nak kellett kerülnie, ezért  $a = 0$ , vagyis már az utolsó lépés végrehajtása előtt is 0 állt valamennyi élén. Pozitív számokból kiindulva tehát nem juthatunk el a csupa nulla kitöltéshez.

*Maja Gergely* (Tata, Eötvös J. Gimn., 11. o.t.)

*Márton Szabolcs* (Kézdivásárhely, Nagy Mózes Líceum, 10. o.t.)

**II. megoldás.** Vizsgáljuk a tetraéder élére írt számok négyzetösszegét. Egy lépésben az egy csúcsból induló élkre írt  $a$ ,  $b$ ,  $c$  számok helyébe rendre  $\pm(b - c)$ ,  $\pm(a - c)$ ,  $(a + b)^2$  kerül. A számok négyzetösszegének a megváltozása:

$$\begin{aligned} & (b - c)^2 + (a - c)^2 + (a + b)^2 - (a^2 + b^2 + c^2) = \\ & = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc = (a + b - c)^2 \geq 0. \end{aligned}$$

A számok négyzetösszege tehát nem csökkenhet, ezért pozitív számokból kiindulva nem kaphatunk mindenütt nullát.

*Puskás Anna* (Bp., Fazekas M. Gimn., 9. o.t.)