

Jelöljük a tetraéder éleit a, b, c, d, e és f -fel az 1. ábra szerint. Egy háromszög t területe, s kerülete és beírt körének r sugara között fennáll a következő összefüggés: $t = \frac{rs}{2}$.

Tudjuk, hogy a tetraéder lapjainak területe és beírt körének sugara egyenlő. Az előző egyenlőségből következik, hogy akkor a lapok kerületei is egyenlők.

Írjuk fel a négy háromszöglap kerületének egyenlőségét. $a + b + c = a + d + e$; ebből következik, hogy

$$(1) \quad b + c = d + e.$$

$b + f + e = f + d + c$, ebből

$$(2) \quad b + e = d + c.$$

(1) és (2)-ből $d + e - c = d + c - e$, ebből pedig $2e = 2c$, vagyis $e = c$, de akkor (2)-ből $b = d$.

Végül $a + b + c = d + f + c$, és mivel $b = d$, innen $a = f$, így az előbbi egyenlőségek miatt a tetraéder élei a 2. ábra szerintiek: $a, b, c, d = b, e = c, f = a$, vagyis a határoló háromszögek mindegyikének az oldalai a, b és c , a lapok valóban egybevágók.

