

$$U, \Gamma' \text{-n } U', \text{ akkor az új átmérő hossza } NO_2 + O_2U' = R_2 + \frac{R_2^2}{O_2U}.$$

Tehát T távolsága AB -től $\frac{RR_2}{2R - R_2}$.

O_2 távolsága az inverzió miatt AB -től $\frac{R_2^2}{2R_1}$ (ugyanis az O_2 -ből AB -re bocsátott merőleges talppontja a Γ_1 kör O_2 -vel átellenes pontjának képe lesz.)

$$O_2T = R_2 - \frac{\frac{2RR_2}{2R-R_2}}{2} = \frac{RR_2 - R_2^2}{2R - R_2} = \frac{R_2(R - R_2)}{2R - R_2} OO_2 = R - R_2 OT = \frac{2R(R - R_2)}{2R - R_2},$$

tehát

$$\lambda = \frac{O_2 T}{OT} = \frac{R_2}{2R} 1 - \lambda = \frac{OO_2}{OT} = \frac{2R - R_2}{2R}.$$

Ezekből látható, hogy ha O távolsága AB -től d , akkor O_2 távolsága AB -től

$$\lambda \cdot d + (1 - \lambda) \cdot TM' = \frac{R_2^2}{2R_1}.$$

Tehát

$$d = \frac{1}{\lambda} \frac{R_2^2}{2R_1} - \frac{1-\lambda}{\lambda} \cdot \frac{RR_2}{2R-R_2} = \frac{RR_2}{R_1} - R = \frac{R(R_2-R_1)}{R_1}.$$

Ebből kiszámolhatjuk O_1 távolságát CD -től. Γ_1 középpontosan hasonló Γ -hoz. A hasonlóság középpontja M , aránya $\frac{R_1}{R}$. A Γ -t Γ_1 -be vivő hasonlóság O -t O_1 -be, AB -t CD -be viszi, tehát O_1 és CD távolsága

$$d_1 = \frac{R_1}{R} \cdot d = R_2 - R_1,$$

ez éppen az igazolandó, mert így O_2 távolsága CD -től $d_1 + R_1$ ($AB \parallel CD$ miatt), ami nem más, mint R_2 . Ezzel a bizonyítást befejeztük.

Gyenes Zoltán megoldása

