

Legyen F a BC oldal felezőpontja. Az FOC szög éppen a $CAB = \alpha$ -hoz tartozó középponti szög fele, így $FOC = \alpha$. Innen $OCP = OCB = 90^\circ - \alpha$, tehát azt kell bizonyítani, hogy $POC < OCP$, ami ekvivalens $CP < OP$ -vel (1. ábra).

Legyen A' az A tükörképe a BC felezőmerőlegesére; ekkor A' is a körülírt körön van, és $A'CB = ABC$. A feltétel szerint tehát $A'CA = ACB - A'CB \geq 30^\circ$, és így AA' , az ACA' szög szárai által a körből kimetszett húr hossza legalább r , a körülírt kör sugara (2. ábra). Így $FP = \frac{AA'}{2} \geq \frac{r}{2}$.

Mivel az ABC háromszög hegyesszögű, a körülírt kör BC húrja kisebb az átmérőnél, így CF , a húr fele, kisebb, mint r .

Innen $CP = CF - FP < r - \frac{r}{2} = \frac{r}{2} \leq FP$, a CP szakasz tehát az OP vetületénél, az FP szakasznál is kisebb.

Horváth Illés (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

