

A keresett szám minden jegye legalább 1, ezeket a számokat tehát úgy kaphatjuk meg, ha az n -jegyű, csupa 9-esből álló szám jegyei közül néhányat csökkentünk úgy, hogy a csökkentések összege éppen 8. Így minden szóban forgó számhoz egyértelműen hozzárendelhető egy természetes számokból álló n hosszúságú sorozat, amelyben az elemek összege 8.

Azt kell tehát meghatároznunk, hogy hányféleképpen lehet a 8-at n darab nemnegatív egész szám összegére felbontani úgy, hogy különbözőnek tekintjük azokat a felbontásokat is, amelyek csupán a tagok sorrendjében térnek el.

Próbáljunk ténylegesen elkészíteni egy ilyen felbontást: ha egy nyolc egységnyi rudat az egész osztópontokon áthaladó $n - 1$ darab vágással n részre osztunk, akkor a sorozat elemeit az egymás után adódó részek hosszaként kapjuk. Az egyes osztópontokon több vágás is áthaladhat, ezek a sorozatban 0 értékű elemeket jelentenek az adott helyen.

Mivel a sorozat elején és végén is állhat 0, azért a 0, illetve a 8 egységnyi beosztáson áthaladó vágások is megengedettek. A feladat tehát az, hogy hányféleképpen lehet a 9 osztópont közül $(n - 1)$ -et kiválasztani, ha egy-egy osztópontot többször is kiválaszthatunk.

Mint ismeretes, ezek a kiválasztások éppen 9 elem $(n - 1)$ -osztályú ismétléses kombinációi, a számuk pedig $\binom{9 + n - 2}{n - 1} = \binom{n + 7}{n - 1}$. Ez azt jelenti, hogy $\binom{n + 7}{n - 1}$ darab olyan n -jegyű szám van, amelyben a számjegyek összege $9n - 8$.

Tóth 370 Ágnes (Hajdúszoboszló, Hőgyes E. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzések. 1. Az n hosszúságú 8 összegű „kiegészítő sorozatok száma más okoskodással is meghatározható. *Paulin Dániel* (Fazekas M. Gyak. Gimn., 9. o.t.) az összesen 8 egységnyi csökkentést egyesével hajtotta végre, mégpedig helyiértékenként. Okoskodása szerint az n helyiérték közül kell összesen 8 alkalommal választanunk egyet-egyet, miközben ugyanazt a helyiértéket természetesen többször is kiválaszthatjuk. A lehetőségek most n elem 8-osztályú ismétléses kombinációi, számuk $\binom{n + 8 - 1}{8} = \binom{n + 7}{8}$, természetesen ugyanannyi, mint az előbb.

2. *Deák Péter* (Fazekas M. Gyak. Gimn., 9. o.t.) közvetlenül meg is számlálta ezeket a kiválasztásokat, és ezzel lényegében igazolta az ismétléses kombinációk számát megadó összefüggést. A következő gondolatkísérlettel okoskodott: az utolsó kivételével minden egyes helyiértékhez érve kétféleképpen cselekedhetünk: csökkentjük az ott álló számot 1-gyel, vagy pedig továbblépünk a következő helyiértékhez. (Az utolsó helyiértékhez érve már nincs választásunk.) Összesen tehát $(n - 1) + 8 = n + 7$ döntési helyzetünk van, és ezek közül kell azt a 8-at kiválasztanunk, amikor csökkentünk. Ezt nyilván $\binom{n + 7}{8}$ -féleképpen tehetjük meg. (Vagy, ami ugyanennyi, $\binom{n + 7}{n - 1}$ -féleképpen választhatjuk ki az $(n - 1)$ darab továbblépést.)