A skatulyaelv szerint létezik két olyan megoldás, $(x,\, y)$ és $(u,\, v)$, amelyre c osztója a 0-tól különböző $x-u$ és $y-v$ számoknak, azaz $x-u=tc$, $y-v=sc$. Az a nem lehet négyzetszám, hiszen a c legfeljebb $|c|$-féleképpen írható fel két négyzetszám $A^2-B^2=(A+B)(A-B)$ különbségeként. A **B. 3449.** feladat megoldásához fűzött megjegyzés szellemében tekintsük ismét a $\gamma=n+k\sqrt{a}$ alakú számokat, ahol n és k tetszőleges egészek, és vezessük be a

$$\gamma^*=n-k\sqrt{a}, \qquad N(\gamma)=\gamma\gamma^*=n^2-ak^2$$

jelöléseket; könnyen belátható, hogy ekkor, $\sqrt{a}$ irracionális lévén, ezeknek a számoknak egyértelmű a felírása, és $N(\gamma\delta)=N(\gamma)N(\delta)$ teljesül. Esetünkben a $\gamma:=x+y\sqrt{a}$, $\delta:=u+v\sqrt{a}$ számokra

$$c^2=N(\gamma)N(\delta^*)=N(\gamma\delta^*).$$

Itt

$$\begin{gathered}\gamma\delta^*=(x+y\sqrt{a})(u-v\sqrt{a})=(xu-ayv)+(yu-xv)\sqrt{a}=\\ =(u(u+tc)-av(v+sc))+(u(v+sc)-v(u+tc))\sqrt{a}=\\ =(u^2-av^2+c(ut-avs))+c(us-vt)\sqrt{a}=c((1+ut-avs)+(us-vt)\sqrt{a}).\end{gathered}$$

A $\beta:=(1+ut-avs)+(us-vt)\sqrt{a}$ jelöléssel élve így

$$c^2=N(c\beta)=N(c)N(\beta)=c^2N(\beta),$$

tehát $N(\beta)=1$. Tételezzük fel, hogy $\beta=1$; az egyértelmű felírhatóság miatt ekkor $ut-avs=0$ és $us-vt=0$. A két egyenlőség alapján: $ut\cdot us=avs\cdot vt$, ahonnan $st\neq 0$ miatt $u^2=av^2$, ellentmondás, mivel a nem négyzetszám. Mivel $\beta\neq 1$, az $(x+y\sqrt{a})\beta^m$ számok $(m=1,\, 2,\, 3,\, \ldots)$ mind különbözők, és

$$(x+y\sqrt{a})\beta^m=x_m+y_m\sqrt{a}$$

alakba írhatók, alkalmas x_m és y_m egészekkel. Ezekre pedig

$$N(x_m+y_m\sqrt{a})=N(x+y\sqrt{a})N(\beta)^m=c\cdot 1^m=c$$

miatt $x_m^2-ay_m^2=c$ teljesül.