

I. megoldás. A binomiális tétel szerint

$$x^{2001} = ((x+1) - 1)^{2001} = (x+1)^{2001} - \binom{2001}{1}(x+1)^{2000} + \binom{2001}{2}(x+1)^{1999} - \dots + \binom{2001}{2000}(x+1) - 1.$$

Az utolsó két tag kivételével mindegyik tag osztható $(x+1)^2$ -nel, ezért a maradék az utolsó két tag összege, $2001(x+1) - 1 = 2001x + 2000$.

Zavarkó Gábor (Miskolc, Földes F. Gimn., 11. o.t.)

II. megoldás. A keresett maradék $ax + b$ alakú, azaz

$$(1) \quad x^{2001} = (x+1)^2 \cdot f + ax + b,$$

alkalmas f polinommal. Helyettesítsünk mindkét oldalon $x = -1$ -et, ekkor

$$-1 = -a + b, \quad \text{vagyis} \quad b = a - 1.$$

Ezt (1)-be írva kapjuk, hogy

$$x^{2001} + 1 = (x+1)^2 \cdot f + a(x+1).$$

Az $(x+1)$ -gyel való osztás után ebből

$$(2) \quad x^{2000} - x^{1999} + x^{1998} - \dots + \dots - x + 1 = (x+1)f + a.$$

Ismét az $x = -1$ helyettesítési értékeket képezve:

$$(-1)^{2000} - (-1)^{1999} + (-1)^{1998} - \dots + \dots - (-1) + 1 = a,$$

tehát $a = 2001$, így a keresett maradék $2001x + 2000$.