

Helyettesítsük az elektromos dipólt egymástól d távolságra levő $+q$ és $-q$ töltésű pontszerű testekkel, és használjuk a (szándékosan eltúlzott méretarányú) *ábrán* látható jelöléseket. A dipól erősségére a $p = q \cdot d$ szorzat jellemző. A továbbiakban fel fogjuk használni, hogy $d \ll R$.

Az energiamegmaradás tétele segítségével számítsuk először ki, hogy mekkora a P pontból kezdősebesség nélkül induló Q töltésű gyöngyszem sebessége az α szöggel jellemezhető helyen. A gyöngyszem elektrosztatikus potenciális energiájának megváltozása abból származik, hogy a $-q$ töltéstől mért távolsága $d \sin \alpha$ értékkel lecsökken, emiatt

$$\frac{1}{2}mv^2 \approx -kqQ \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R - d \sin \alpha} \right) \approx \frac{kqQ d \sin \alpha}{R^2} = \frac{kQp \sin \alpha}{R^2},$$

ahonnan

$$(1) \quad v = \sqrt{\frac{2kQp}{mR^2} \sin \alpha}.$$

Ennek ismeretében a b) kérdésre már tudunk válaszolni: a gyöngyszem először egy félkör megtétele után a P' pontban ($\alpha = 180^\circ$ -nál) fog megállni, majd visszafordulva – súrlódás és egyéb energiavesztés hiányában – periodikus mozgást végez P és P' között.

Határozzuk meg ezek után a gyöngyszemre ható elektrosztatikus erőket, majd ezekből és a Newton II. törvényéből számítsuk ki a körpályán maradáshoz szükséges (a huzal által sugár irányban kifejtett) N kényszererőt. A dipól alkotórészei majdnem pontosan ellentétes (sugár irányú) erőket fejtenek ki, melyek eredője:

$$(2) \quad F = F_1 - F_2 \approx kqQ \left(\frac{1}{(R - d \sin \alpha)^2} - \frac{1}{R^2} \right) \approx \frac{kqQ 2d \sin \alpha}{R^3} = \frac{2kQp \sin \alpha}{R^3}.$$

Ez az erő a dipólus felé mutat (hiszen a vonzóerőt kifejtő $-q$ közelebb van a gyöngyszemhez, mint a taszító $+q$ töltés), így a v sebességű, tehát sugár irányban v^2/R gyorsulású gyöngyszem mozgásegyenlete:

$$m \frac{v^2}{R} = \frac{2kQp \sin \alpha}{R^3} + N.$$

A sebesség nagyságát megadó (1)-et (3)-ba helyettesítve a kényszererőre a meglepő $N = 0$ adódik.

A gyöngyszemre tehát sugár irányban (az elektrosztatikus erőkhöz kívül) nem hat erő, így a gyöngyszem sem fejt ki a huzalra ilyen irányú erőt. (Természetesen a gyöngyszem súlyából származó függőleges erőnek jelen kell lennie.) Ha a huzalt eltávolítjuk (de a gyöngyszem függőleges elmozdulását megakadályozzuk), a mozgás ugyanúgy zajlik le, mint a huzalra fűzött gyöngy esetében.

Több dolgozat alapján

Megjegyzés. Az (1) képletből leolvasható, hogy a gyöngyszem mozgása éppen olyan, mint egy vízszintes helyzetből indított matematikai ingaé alkalmasan választott erősségű homogén gravitációs mezőben.

