

Tükrözzük az O középpontot a háromszög oldalaira: az AC oldalra való tükrösképe O_1 , BC -re O_2 és AB -re O_3 .

Mivel AO felezi az α szöget (a beírt kör középpontja a szögfelezők metszéspontja), ebből és az AC -re való tengelyes tükrözésből következik, hogy $OA O_1 \sphericalangle = \alpha$; $AO = AO_1$, az AOO_1 háromszög területe $\frac{OA^2 \sin \alpha}{2}$.

Az AB oldalra való tükrözés miatt pedig $OA O_3 = \alpha$, s mivel az AOO_1 háromszög egybevágó az AOO_3 háromszöggel, területük is megegyezik.

Hasonlóképpen az OCO_1 és az OCO_2 háromszögek is egybevágók és a területük $\frac{OC^2 \sin \gamma}{2}$, valamint az OBO_2 és OBO_3 háromszögek is egybevágók és a területük $\frac{OB^2 \sin \beta}{2}$.

E hat darab háromszög területe az ABC háromszög kétszeres területével egyenlő, azaz

$$2t = OA^2 \sin \alpha + OB^2 \sin \beta + OC^2 \sin \gamma,$$

s ezt akartuk bizonyítani.

Kincses Lilla (Csongrád, Batsányi J. Gimn., 9. o.t.)

