

I. megoldás. Az elrendezésben a C és a D pontok teljesen szimmetrikus szerepet töltenek be, emiatt ekvipotenciálisak, közöttük nem folyik áram. Az ACB és ADB ágak ellenállása kétszerese az AB ág ellenállásának, így a megfelelő áramerősségek:

$$I_{AC} = I_{CB} = I_{AD} = I_{DB} = \frac{I}{4}, \quad I_{AB} = \frac{I}{2}.$$

A Biot-Savart-törvény szerint egy véges hosszúságú egyenes vezetődarab járuléka az általa létrehozott mágneses mezőhöz arányos a vezetékben folyó árammal, és a mező iránya valamely O pontban merőleges arra a síkra, amely vezetőre és az O pontra illeszkedik. Így például az AC szakasz járuléka az O pontbeli mágneses indukcióvektorhoz

$$\mathbf{B}_{AC} = kI\overrightarrow{BD},$$

ahol k (a tetraéder méretétől is függő) pozitív szám. (Felhasználtuk, hogy a szabályos tetraéder szemközti élei merőlegesek egymásra, így a $\overrightarrow{BD}$ vektor éppen a Biot-Savart-törvénynek és a jobbkezes-szabálynak megfelelő irányú.) A többi él járuléka is hasonlóan számolható, és mivel a két hosszú egyenes vezető a középpontban nem hoz létre mágneses teret, a teljes mágneses indukció az O pontban:

$$\mathbf{B} = kI (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{DC}).$$

Ez a vektor viszont

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA} \quad \text{és} \quad \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CB}$$

miatt *nullvektor*, vagyis a mágneses indukció a tetraéder középpontjában nulla.

Király Tamás (Budapest, Mechatronikai Szki. és Gimn. 12. o.t.)

II. megoldás. Megmutatjuk, hogy *mindegyik* szabályos poliéderre (a tetraéder mellett a kockára, az oktaéderre, a dodekaéderre és az ikozaéderre is) igaz a következő állítás: a poliéder *bármely* két csúcsánál „centrálisan” oda-, illetve elvezetett áram hatására kialakuló mágneses mező a poliéder O középpontjában *nulla*.

Képzeliük el a következő (csillagszóróra emlékeztető) elrendezést: a poliéder egyik (mondjuk A jelű) csúcsához egy hosszú, egyenes, a középpont felé irányuló vezetéken I áramot vezetünk, az összes többi csúcsból pedig hasonló irányítású huzalokon egyforma erősségű áramot vezetünk el. Hozzunk létre egy másik, hasonló árameloszlást: vezessünk el a B pontból I áramot, az összes többi csúcspontba pedig egyforma erősségű befolyó áramokkal folyamatosan pótoljuk a hiányzó töltéseket. Ezen két árameloszlás szuperpozíciója éppen az állításunkban szereplő áramelrendezést adja (1. ábra); így tehát ha sikerül belátnunk, hogy egyetlen „csillagszóró” mágneses tere a poliéder középpontjában nulla, akkor a két tetszőleges helyzetű külső vezetékes árameloszlásra is bebizonyítottuk állításunkat.

Tételezzük fel, hogy A pontba vezetett (és a többi csúcspontnál szimmetrikusan elvezetett) áram hatására a poliéder O középpontjában valamekkora $\mathbf{B}$ mágneses indukció alakul ki. Ennek a $\mathbf{B}$ vektornak AO irányúnak kell lennie, hiszen a poliédert AO körül valamekkora (a poliéder szimmetriájára jellemző) szöggel (az oktaédert pl. 90° -kal) elforgatva az eredetivel megegyező áramelrendezést kapjuk vissza, és ezzel a „diszkrét szimmetriával” nyilván a mágneses mező is rendelkezik.)

Képzeliük el, hogy a poliéder középpontjának közelében egy töltött részecske az AO tengely körül körpályán mozog. Ha alkalmasan választjuk meg a részecske szögsebességét és keringési irányát, akkor az O pontban mérhető mágneses mező éppen biztosítani képes a körmozgáshoz szükséges nagyságú és irányú centripetális erőt. Képzeliük el továbbá azt is, hogy az egész elrendezést (az árameloszlást, a kialakuló mágneses mezőt és a keringő részecskét) egy tükörből nézzük (2. ábra). A poliéder tükörképe az eredetivel megegyező poliéder lesz, az árameloszlás is ugyanolyan, mint a „tükör előtti világban”, a részecske keringése azonban megfordul. Ha a részecske a valóságban az A pont felől nézve mondjuk az óramutatóval megegyező irányban forog, akkor a „tükörön túl” a forgásának iránya éppen ellenkező lesz. A tükrözött elrendezésben tehát a mágneses mező fordított irányú, mint a valóságban, noha az árameloszlás mindkét esetben ugyanaz, tehát a $\mathbf{B}$ vektornak sem lenne szabad megváltoznia. Egyetlen olyan vektor van, amelyik önmaga (-1) -szerese: a nullvektor.

A poliéder középpontjában tehát a csillagszóróra emlékeztető elrendezésben nem lehet nullától különböző mágneses indukció, s az egyenletek linearitása (szuperponálhatósága) miatt ugyanez érvényes a csillagszórókból összetehető bonyolultabb áramelrendezésekre is.

(G. P.)



