

I. megoldás. A vezető Δt idő alatt $vl \sin \gamma \Delta t$ területet sűrol. Ha a mágneses indukciónak az $l-v$ síkra merőleges komponensét $B_{\perp}$ módon jelöljük, akkor a Δt idő alatt „átmetszett erővonalak” száma $\Delta \Phi = B_{\perp} vl \sin \gamma \Delta t$, így az indukált feszültség

$$U = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = B_{\perp} vl \sin \gamma.$$

Határozzuk meg $B_{\perp}$ -t! Jelölje $\mathbf{B}_l, \mathbf{B}_v$ és $\mathbf{B}_{lv}$ rendre a mágneses indukció l -l, v -vel és az $l-v$ síkkal párhuzamos összetevőit (1. ábra)! Az előbbi kettő hossza könnyen számítható:

$$B_l = B \sin \alpha = 0,433 \text{ mT},$$

$$B_v = B \sin \beta = 0,383 \text{ mT}.$$

Legyen x a $\mathbf{B}_l$ és $\mathbf{B}_v$ vektorok által meghatározott háromszög harmadik oldala (2. ábra). A koszinusztételből:

$$x = \sqrt{B_l^2 + B_v^2 - 2B_l B_v \cos \gamma} = 0,348 \text{ mT}.$$

Másrészt tudjuk, hogy $\mathbf{B}_{lv}$ vektornak a vezetőre merőleges vetülete $\mathbf{B}_l$, $\mathbf{v}$ -re merőleges vetülete pedig $\mathbf{B}_v$, így OPQ és ORQ derékszögű háromszögek, OQ tehát az ORP háromszög körülírt körének átmérője. Alkalmazva a Thalész tételét és az ismert $OQ = x / \sin \gamma$ összefüggést:

$$B_{lv} = \frac{x}{\sin \gamma} = 0,454 \text{ mT}$$

adódik. Ebből és a Pitagorasz-tételből kapjuk, hogy

$$B_{\perp} = \sqrt{B^2 - B_{lv}^2} = 0,209 \text{ mT},$$

az indukált feszültség pedig

$$U = B_{\perp} vl \sin \gamma = 0,16 \text{ mV}.$$

Varjú Péter (Szeged, Radnóti M. Gimn. 12. o.t.)

II. megoldás. Válasszuk a koordináta-rendszerünket úgy, hogy a $\mathbf{v}$ vektor az x irányú legyen, a $\mathbf{B}$ vektor pedig kerüljön az $x-y$ síkba. Ekkor a három vektor koordinátái:

$$\mathbf{v} = (v, 0, 0), \mathbf{B} = (B_x, B_y, 0) = (B \cos \beta, B \sin \beta, 0), \mathbf{l} = (l_x, l_y, l_z) = (l \cos \gamma, l_y, l_z).$$

(Kihasználtuk, hogy ismerjük $\mathbf{B}$ és $\mathbf{v}$, valamint $\mathbf{l}$ és $\mathbf{v}$ vektorok egymással bezárt szögét.) Az indukált feszültség számításánál $\mathbf{B}$ -nek csak $\mathbf{v}$ -re merőleges (vagyis y irányú), $\mathbf{l}$ -nek pedig csak $\mathbf{v}$ -re is és $\mathbf{B}$ -re is merőleges (vagyis az z irányú) komponense játszik szerepet:

$$U = v \cdot B \sin \beta \cdot l_z.$$

A vektorok skaláris szorzásának szabályai szerint:

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{l} = Bl \cos \alpha = B_x l_x + B_y l_y + B_z l_z = Bl \cos \beta \cos \gamma + B \sin \beta l_y,$$

azaz

$$l_y = l \frac{\cos \alpha - \cos \gamma \cos \beta}{\sin \beta}.$$

Innen Pitagorasz tételének felhasználásával

$$l_z = \sqrt{l^2 - l_x^2 - l_y^2} = l \sqrt{1 - \cos^2 \gamma - \frac{(\cos \alpha - \cos \gamma \cos \beta)^2}{\sin^2 \beta}},$$

a keresett feszültség pedig

$$U = Bvl \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma} = 0,16 \text{ mV}.$$

Siroki László (Debrecen, Fazekas M. Gimn. 11. o.t.)

III. megoldás. $\mathbf{B}$ indukciójú mágneses mezőben $\mathbf{v}$ sebességgel mozgó, $\mathbf{l}$ vektorral jellemezhető vezetőben ($\mathbf{l}$ iránya a vezetővel párhuzamos, nagysága pedig a vezető hossza) az indukált feszültség

$$U = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l},$$

vagyis a $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ és $\mathbf{l}$ vektorok vegyszorzata. Ennek a szorzatnak a nagysága a három vektor által kifeszített paralelepipedon térfogatával egyezik meg, ami a három vektor által kifeszített tetraéder V térfogatának 6-szorosa. A tetraéder térfogata viszont (lásd pl. Reiman I.: Fejezetek az elemi geometriából, 202. old.)

$$V = \frac{vBl}{3} \sqrt{\sin s \cdot \sin(s - \alpha) \cdot \sin(s - \beta) \cdot \sin(s - \gamma)},$$

ahol $s = (\alpha + \beta + \gamma)/2$. A megadott számadatokkal $U = 1,6 \cdot 10^{-4}$ V.

Nagy Ádám (Budapest, Szent István Gimn. 12. o.t.)

Megjegyzés. Sokan a térbeli vektorok egymásra merőleges vetületeit hibásan („páronként”) számolva az $U = Blv \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$ képlethez jutottak, és ebből a téves 0,12 mV-os eredményt kapták.

