Az egyenletrendszernek triviálisan megoldásai azok a számnégyesek, amelyekben két-két szám egymás ellentettje. Megmutatjuk, hogy más megoldás nincs. Ehhez először bebizonyítjuk a következő lemmát:

Lemma. *Ha a, b valós számok és $a \neq 0$, akkor az $X+Y=a$, $X^7+Y^7=b$ egyenletrendszernek – az ismeretlenek sorrendjétől eltekintve – legfeljebb egy valós megoldása lehet.*

Legyen $X=\frac{a}{2}-Z$, $Y=\frac{a}{2}+Z$. A szimmetria miatt feltehetjük, hogy $Z \geq 0$. Azt kell igazolnunk, hogy a második egyenlet legfeljebb egy $Z \geq 0$ értékre teljesülhet. Behelyettesítve

$$\left(\frac{a}{2}-Z\right)^7+\left(\frac{a}{2}+Z\right)^7=b$$

$$7aZ^6+\frac{35a^3}{4}Z^4+\frac{21a^5}{16}Z^2+\frac{a^7}{64}=b.$$

A bal oldal $a>0$ esetén Z-ben szigorúan monoton nő, az $a<0$ esetben szigorúan monoton fogy, ezért valóban legfeljebb csak egy nemnegatív Z-re teljesül az egyenlet.

Tekintsük most az (1) egyenletrendszert. Tegyük fel, hogy valamelyik két szám összege nem 0, pl. $x+y \neq 0$. Legyen $a=-(x+y)$ és $b=-(x^7+y^7)$. A z, w számokra teljesülnie kell a

$$z+w=a, \quad z^7+w^7=b$$

egyenletrendszernek. Ennek a $(-x,\ -y)$ számpár megoldása; a lemma szerint – a sorrendtől eltekintve – más nincs.

Ha az x, y, z, w számok közül bármelyik kettő összege 0, akkor többek között $x+y=y+w=0$, vagyis x és y, illetve z és w egymás ellentettje. (Természetesen ennél sokkal több is igaz; rövid számolással kapjuk, hogy $x=y=z=w=0$.)