

Jelöljük a buborék belsejében levő levegő nyomását töltetlen állapotban p_1 -gyel, az elektromosan feltöltött buboréknál p_2 -vel, a külső légnyomást pedig p_0 -lal.

Képzeljük el, hogy a töltetlen buborékba egy szívószálon keresztül óvatosan még egy kevés levegőt fújunk, s ezáltal a sugara r -ről egy kicsit nagyobb $r + \Delta r$ -re változik. A buborék térfogatának változása ilyenkor

$$\Delta V = 4\pi r^2 \Delta r,$$

az általunk végzett munka tehát

$$(1) \quad W = p_1 \Delta V = p_1 \cdot 4\pi r^2 \Delta r.$$

Ez a munka egyrészt a felület (külső és belső oldalának) változásából származó felületi energia növekedését fedezi:

$$(2) \quad W_1 = 2\alpha [4\pi(r + \Delta r)^2 - 4\pi r^2] \approx 16\pi\alpha r \Delta r,$$

másrészt a külső légnyomás ellenében végzünk

$$(3) \quad W_2 = p_0 \Delta V = p_0 \cdot 4\pi r^2 \Delta r$$

munkát (a léggömböt egy kicsit „megemeljük”). A munkatétel szerint $W = W_1 + W_2$, ahonnan (1), (2) és (3) felhasználásával

$$(4) \quad p_1 = p_0 + \frac{4\alpha}{r}.$$

Végezzük el ugyanezt a számítást az elektromosan töltött buborék esetében is, vagyis hasonlítsuk össze az R sugarú és az $R + \Delta R$ sugarú buborékok energiaviszonyait. A buborék felfúvásakor végzett

$$(5) \quad W = p_2 \Delta V = p_2 \cdot 4\pi R^2 \Delta R$$

munka egyrészt a felületi energia növekedését fedezi:

$$(6) \quad W_1 = 2\alpha [4\pi(R + \Delta R)^2 - 4\pi R^2] \approx 16\pi\alpha R \Delta R,$$

növeli a léggömb helyzeti energiáját:

$$(7) \quad W_2 = p_0 \Delta V = p_0 \cdot 4\pi R^2 \Delta R,$$

továbbá változást idéz elő az elektromosan töltött szappanbuborék elektrosztatikus energiájában. Tekintettel arra, hogy egy Q töltésű, R sugarú gömb (gömbkondenzátor) kapacitása $C = Q/k$ (ahol k a Coulomb-törvényben szereplő állandó), a

$$\frac{Q^2}{2C} = k \frac{Q^2}{2R}$$

elektrosztatikus energia megváltozása:

$$(8) \quad W_3 = k \frac{Q^2}{2(R + \Delta R)} - k \frac{Q^2}{2R} = -k \frac{Q^2}{2(R + \Delta R)R} \Delta R \approx -k \frac{Q^2}{2R^2} \Delta R.$$

Felírhatjuk, hogy $W = W_1 + W_2 + W_3$, ahonnan (5)–(8) alapján

$$(9) \quad p_2 = p_0 + \frac{4\alpha}{R} - k \frac{Q^2}{8\pi R^4}.$$

Feltételezhetjük még, hogy a buborék feltöltése közben a hőmérséklete nem változik, így a Boyle–Mariotte-törvény alkalmazható:

$$p_1 \cdot \frac{4\pi}{3} r^3 = p_2 \cdot \frac{4\pi}{3} R^3,$$

ahonnan (4) és (9) segítségével a folyadék felületi feszültsége kifejezhető:

$$\alpha = \frac{kQ^2}{32\pi R(R^2 - r^2)} - \frac{p_0(R^2 + rR + r^2)}{4(R + r)}.$$

Fehérvári Bence (Dombóvár, Illyés Gy. Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján