

Egy háromszöget egyetlen vágással vagy két háromszögre, vagy egy háromszögre és egy négyszögre lehet darabolni. Ezért, mivel a részek között kell lennie háromszögnek is, ha két vágással három egybevágó részt kapunk, akkor mindhárom rész háromszög.

Kell, hogy legyen (legalább) egy olyan pont, amely mind a három háromszögnek határpontja. Ha ugyanis ilyen nem volna, akkor két egybevágó háromszöget a harmadik szétválasztana; ez egy-egy oldalon szomszédos volna a két szétválasztandó háromszöggel, ezen kívül további egy-egy oldalnak kellene biztosítani, hogy a két szélső háromszög határponton se érjen össze, így a középső háromszögben négy oldalnak kellene lennie.

A közös határpont helyzete háromféle lehet:

- I. a határpont az eredeti háromszög belsejében van;
- II. a határpont egy csúciban van;
- III. a határpont egy oldal belső pontja.

I. Ekkor biztos, hogy az egyik vágás végpontja a másiknak közbülső pontja, ugyanis különben nem kapnánk 3 háromszöget. Továbbá ahhoz, hogy háromszögeket kapjunk, mindkét vágás egyik végpontjának csúciban kell lennie. Tehát a darabolás csak az 1. ábra szerinti lehet. Az ábra betűzését használva, mivel $\angle PQC + \angle CQB = 180^\circ$, ezek nem lehetnek az két egybevágó háromszögnek két különböző szöge, így csak $\angle PQC = \angle CQB = 90^\circ$ lehet. Hasonló okokból $\angle APB = \angle CPB = 90^\circ$. Ekkor pedig a CPQ háromszögben két derékszög volna, ami lehetetlen.

II. Legyen a határpont például a C csúciban. Most az előzőhöz hasonlóan az AQC és a CQP , mivel összegük 180° , nem lehetnek az egybevágó háromszögeknek különböző nagyságú szögei, így $\angle AQC = \angle CQP = 90^\circ$, ugyanígy $\angle BPC = \angle CPQ = 90^\circ$, tehát ismét két derékszög lenne a CPQ háromszögben, így ez az eset sem lehetséges.

III. Legyen most a P határpont az AC oldalon. Ekkor a két vágás egyike a szemben fekvő csúciba, a másik egy oldal belső pontjába megy, más esetben ugyanis nem kapnánk csupa háromszög darabot. Most az előzőekhez hasonló gondolatmenet miatt $\angle PQC = \angle PQB = 90^\circ$. Nem lehet az $\angle APB = 90^\circ$, mert akkor a PAB háromszögben PB befogó, a PQB háromszögben pedig átfogó lenne, így nem volnának egybevágóak. A P -nél levő három szög összege 180° . Ha az egybevágó háromszögek derékszögtől különböző szögeit α -val és β -val jelöljük, akkor vagy $a) 2\alpha + \beta = 180^\circ$, vagy $b) 3\alpha = 180^\circ$ lehet. Az $a)$ eset nem fordulhat elő, hiszen $\alpha + \beta = 90^\circ$, így $a)$ -ből $\alpha = 90^\circ$ következne. Marad tehát a $b)$ eset, ekkor $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$. Ez a darabolás a 3. ábra szerint meg is valósítható. (Az ismert $CB = 2AB$ tulajdonság miatt a kis háromszögek egybevágóak.)

Így a feladat kérdésére a válasz: létezik ilyen darabolás, és csakis akkor, ha az eredeti háromszög (és egyúttal a keletkezett rész-háromszögek is) a derékszögű és 60° -os szögű háromszög, és a darabolás csak a III. esetben leírtak szerinti lehet.

Rácz Béla András (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 8. o.t.)

