

Ha 1999^{1999} felírható egymás után következő természetes számok összegeként, akkor valamely $a \geq 0$, $n \geq 1$ egész számok esetén

$$1999^{1999} = (a+1) + (a+2) + \cdots + (a+n) = n \cdot a + (1+2+\cdots+n) = n \cdot a + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+2a+1)}{2},$$

azaz $2 \cdot 1999^{1999} = n(n+2a+1)$.

Mivel 1999 prímszám, így $2 \cdot 1999^{1999}$ minden osztója vagy 1999^k ($k = 0, \dots, 1999$), vagy $2 \cdot 1999^k$ ($k = 0, \dots, 1999$) alakú.

Ha $n = 1999^k$, akkor $n+2a+1 > n$ miatt $0 \leq k \leq 999$ lehet, ekkor $n+2a+1 = 2 \cdot 1999^{1999-k}$, innen $a = 1999^{1999-k} - \frac{1999^k+1}{2}$ valóban pozitív és egész is, hiszen 1999^k páratlan. Ebben az esetben tehát 1000-féle n és hozzá tartozó a megoldás lesz.

Ha $n = 2 \cdot 1999^k$, akkor újra $n+2a+1 > n$ miatt csak $0 \leq k \leq 999$ lehet, ekkor $n+2a+1 = 1999^{1999-k}$, innen $a = \frac{1999^{1999-k}-1}{2} - 1999^k$ ismét pozitív egész, mivel 1999^{1999-k} páratlan. Így most is 1000 megoldást kapunk.

Nyilvánvaló, hogy a kapott 2000-féle felírás különböző, más felírás pedig nem lehetséges.

Koch Dénes (Linz, Akad. Gymn., 11. o.t.)