

I. megoldás. A P ponton átmenő, BC oldallal párhuzamos egyenes messe az AC oldalt az M pontban (1. ábra).
Mivel $MP \parallel CB$ és $EB = EC$, azért $MC = PB = AP$.

Írjuk fel a párhuzamos szelők tételét az ADC háromszögben:

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AP}{AD}, \quad \text{azaz} \quad AM \cdot AD = AP \cdot AC.$$

Innen

$$\begin{aligned} \frac{1}{AP} &= \frac{AC}{AM \cdot AD} = \frac{AM + MC}{AM \cdot AD} = \frac{AM}{AM \cdot AD} + \frac{MC}{AM \cdot AD} = \\ &= \frac{1}{AD} + \frac{AP}{AP \cdot AC} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AC}. \end{aligned}$$

Ambrus Gergely (Szeged, Radnóti M. Kísér. Gimn., 11. o.t.)

II. megoldás. Ha $EB = EC$, akkor $ECB \sphericalangle = CBE \sphericalangle = \gamma$. Jelöljük a PDB szöveget δ -val, ekkor $PDC \sphericalangle = 180^\circ - \delta$ (2. ábra).

Írjuk fel a szinusztételt előbb az ADC , majd a PDB háromszögben:

$$\frac{\sin(180^\circ - \delta)}{\sin \gamma} = \frac{AC \sin \delta}{AD \sin \gamma} = \frac{PB}{PD}.$$

Mivel $\sin(180^\circ - \delta) = \sin \delta$, így

$$\frac{AC}{AD} = \frac{PB}{PD} = \frac{AP}{AD - AP},$$

ahonnan

$$\frac{AP}{AC} = \frac{AD - AP}{AD} = 1 - \frac{AP}{AD}.$$

Átrendezve, majd AP -vel osztva:

$$\frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} = \frac{1}{AP}.$$

Bákor Krisztina (Székesfehérvár, Teleki B. Gimn., 12. o.t.)

