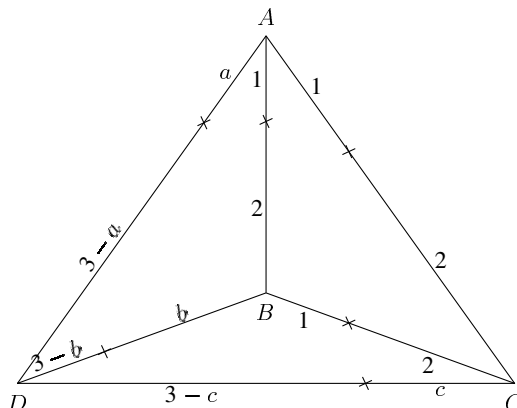


Ha egy tetraéder egy csúcsából kiinduló három éle közül az egyiket λ -szorosára változtatjuk, a másik kettőt pedig változatlanul hagyjuk, akkor a keletkezett új tetraéder térfogata az eredeti tetraéder térfogatának λ -szorosa lesz, mert a két tetraédernek lesz egy közös lapja, az ahhoz tartozó magasság pedig a párhuzamos szelők tétele miatt szintén λ -szorosra változik.



A harmadolóponatok által meghatározott test térfogatát úgy kaphatjuk meg, hogy az eredeti tetraéder térfogatából levonjuk annak a négy kis tetraédernek a térfogatát, amelyeket a nagy tetraéder egy-egy csúcsa, valamint az abból a csúcsból kiinduló három-három élen lévő harmadolóponatok alkotnak. Legyen az eredeti tetraéder térfogata 27 egység. Ha megjelölünk egy élen egy harmadolópontot, akkor az él közelebbi végpontjához írjunk 1-et, a távolabbi végponthoz pedig 2-et. Így a tetraéder minden csúcsához összesen három szám kerül, s e számok szorzata az első bekezdésben leírtak alapján éppen az ott levágott kis tetraéder térfogatát adja.

A tetraéder 4 csúcsához összesen 6 db 1-et írtunk, ezért feltehetjük, hogy az $ABCD$ tetraéder AB és AC élen is 1-et írtunk A -hoz. B -t és C -t választhatjuk úgy, hogy a BC élen B -nél legyen 1. Jelöljük a DA , DB és DC élen D -hez írt számokat rendre $(3-a)$, $(3-b)$, $(3-c)$ -vel. Ekkor a levágott kis tetraéderek térfogata A -nál a , B -nél $2b$, C -nél $4c$, D -nél pedig $(3-a)(3-b)(3-c)$. Mivel a , b és c egymástól függetlenül 1 vagy 2 lehet, azért a következő nyolc eset lehetséges:

a	b	c	levágott tetraéderek össztérfogata
1	1	1	15
1	1	2	15
1	2	1	13
1	2	2	15
2	1	1	12
2	1	2	14
2	2	1	12
2	2	2	15

Tehát a harmadolóponatok által meghatározott konvex test, azaz a levágások után megmaradó test térfogata $27 - 15 = 12$, $27 - 13 = 14$, $27 - 12 = 15$ vagy $27 - 14 = 13$ lehet, vagyis a keresett hányados értéke $\frac{12}{27}$, $\frac{13}{27}$, $\frac{14}{27}$ vagy $\frac{15}{27}$.

Béky Bence (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján