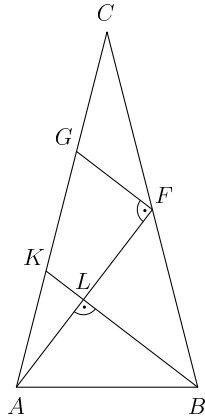
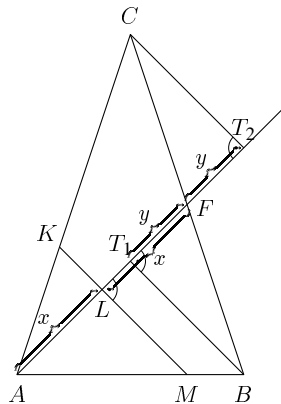


A hajtás során az A csúcs a BC szár F felezőpontjába kerül, ezért a hajtás éle megegyezik az AF szakasz – vagyis a BC szárhoz tartozó súlyvonal – felező merőlegesével. Jelöljük ennek a felező merőlegesnek és az AC , AF , AB szakaszoknak a metszéspontját rendre K , L , M -mel.

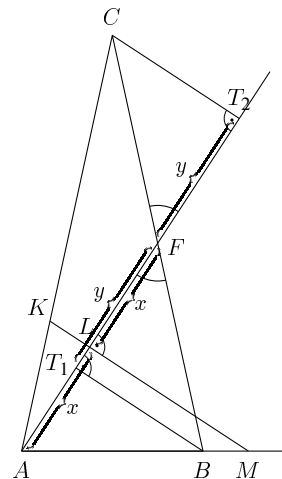
Először vizsgáljuk meg, hogy milyen $p : q$ arányok esetén lesz M az AB alap belső pontja. Ha a KL egyenes átmegy B -n (1. ábra), akkor – G -vel jelölve az F -en átmenő, KL -l párhuzamos egyenes és AC metszéspontját – a párhuzamos szelők tétele miatt $AK : KG = AL : LF = 1 : 1$ és $KG : GC = BF : FC = 1 : 1$. Tehát $p : q = AK : KC = AK : (KG + GC) = 1 : 2$. Ha a $p : q$ arány csökken, vagyis rögzített AB esetén a C csúcs távolodik az alaptól, akkor a KL egyenes az AB szakaszon kívül – annak B -n túli meghosszabbításán – metszi az AB egyenest.



1. ábra



2. ábra



3. ábra

Feltehetjük tehát, hogy $q < 2p$. Jelöljük a B -ből, illetve C -ből az AF egyenesre bocsájtott merőlegesek talppontját T_1 , illetve T_2 -vel (2. ábra). Ekkor a BFT_1 és a CFT_2 derékszögű háromszögek egybevágóak, mert megfelelő szögeik egyenlők, és $BF = CF$. Ezért $T_1F = FT_2$. Legyen ez a távolság y , $AL = LF$ pedig x . A párhuzamos szelők tétele szerint

$$\frac{p}{q} = \frac{AK}{KC} = \frac{AL}{LT_2} = \frac{AL}{LF + FT_2} = \frac{x}{x + y} \quad \text{és} \quad (1) \quad \frac{AM}{MB} = \frac{AL}{LT_1} = \frac{AL}{LF - FT_1} = \frac{x}{x - y}. \quad (2)$$

Az (1) egyenletből $y = \frac{q-p}{p}x$ adódik, amit (2)-be helyettesítve

$$\frac{AM}{MB} = \frac{x}{x - \frac{q-p}{p}x} = \frac{p}{2p - q}.$$

Tehát a hajtás élének másik végpontja $p : (2p - q)$ arányban osztja a háromszög AB alapját.

Somogyi Dávid (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Ha előjeles szakaszokkal számolunk, akkor $q > 2p$ esetén is igazak az (1) és (2) egyenlőségek, s így a végeredmény is ugyanaz. Ennek bizonyítása leolvasható a 3. ábráról.