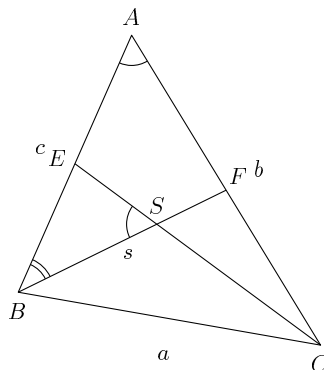


Az $AESF$ négyszög pontosan akkor húrnégyszög, ha $\angle EAF = 180^\circ - \angle ESF = \angle ESB$. Ez akkor és csak akkor teljesül, ha a BAF és a BSE háromszögek hasonlóak, mert a két háromszögnek a B -nél lévő szöge közös. Emiatt a háromszögek hasonlóságának szükséges és elégséges feltétele, hogy a B -nél lévő oldalak aránya megegyezzen, azaz teljesüljön a

$$(1) \quad \frac{BE}{BS} = \frac{BF}{BA}$$

összefüggés.



Jelöljük az ABC háromszög oldalait a szokásos módon a , b , c -vel, a B -ből induló súlyvonal pedig legyen s . Ekkor $BE = \frac{c}{2}$ és $BS = \frac{2}{3}s$, tehát (1) így írható:

$$\frac{\frac{c}{2}}{\frac{2}{3}s} = \frac{s}{c}, \quad \text{azaz} \quad \frac{3}{4}c^2 = s^2.$$

Ismert (lásd pl. *Geometriai feladatok gyűjteménye* II. kötet, 292. feladat), hogy

$$s^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2).$$

Tehát $AESF$ pontosan akkor húrnégyszög, ha

$$\frac{3}{4}c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2).$$

Ezt átrendezve $b^2 + c^2 = 2a^2$ adódik, ami éppen a bizonyítandó állítás.