Az $y = x^2$ egyenletű parabola tengelye az y tengely, csúcsa pedig az origó. Az $y = x$ egyenes azon $P(x_0; x_0)$ pontját keressük, amelyből a parabolához két egymásra merőleges érintő húzható.

Mivel a parabolának nincsen tengely irányú érintője, a P-n átmenő érintőknek van iránytangense, egyenletük felírható

$$y - x_0 = m(x - x_0)$$

alakban. Ha egy ilyen egyenes érinti a parabolát, akkor pontosan egy közös pontjuk van. A parabola és egyenes közös pontjának koordinátái kielégítik mindkét görbe egyenletét. A két görbének akkor van egyetlen közös pontja, ha az egyenleteikből adódó másodfokú egyenlet diszkriminánsa 0, vagyis az

$$x^2 - mx + (m-1)x_0 = 0 \qquad \text{egyenletben}$$
$$m^2 - 4x_0 m + 4x_0 = 0,$$

ahonnan a gyökök és együtthatók közötti összefüggésből $m_1 m_2 = 4x_0$.

Tudjuk továbbá, hogy az egymásra merőleges egyenesek iránytangenseinek szorzata -1, vagyis $4x_0 = -1$, innen $x_0 = -\frac{1}{4}$. A keresett pont tehát a $P\left(-\frac{1}{4}; -\frac{1}{4}\right)$.

Zalán Péter (Budapesti Evangélikus Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzés. Besenyei Ádám (Tatabánya, Árpád Gimn., 12. o.t.) megmutatta, hogy az $y = ax^2$ egyenletű parabola esetén azon pontok halmaza, amelyekből két egymásra merőleges érintő húzható a parabolához, egy egyenes, a parabola vezéregyenese. Ennek egyenlete $y = -\frac{1}{4a}$. Ebből nyomban adódik feladatunk megoldása.