

a) Jelölje az 5 kihúzott számot a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 , ahol $a_5 = a_1 + 4d$; d a számtani sorozat különbsége. Ekkor $a_1 + 4d \leq 90$. Mivel a_1 legkisebb értéke 1, így $4d \leq 89$, ahonnan $d \leq \frac{89}{4} < 23$, s mivel d egész, értéke legfeljebb 22. Az első elem 1 és $90 - 4d$ közé esik, és összesen $90 - 4d$ féle lehet.

A számtani sorozatok száma tehát összesen

$$86 + 82 + 78 + \cdots + 6 + 2 = 968.$$

b) Ha az 5 szám mértani sorozatot alkot, akkor $a_5 = a_1 q^4$, ahol q a sorozat hányadosa, pozitív és racionális, hiszen két egész szám hányadosa.

Legyen először q egész. Nyilván q nagyobb 1-nél, mert a sorozat tagjai különbözők, és $q < 4$, mert különben $a_5 \geq a_1 4^4 > 90$ lenne, azért $q = 2$ vagy $q = 3$.

Ha $q = 2$, akkor $a_5 = a_1 2^4 = 16a_1 \leq 90$ miatt a_1 lehet 1, 2, 3, 4 és 5. Ez 5 sorozat.

Ha $q = 3$, akkor $a_5 = a_1 3^4 = 81a_1 \leq 90$, ez csak $a_1 = 1$ esetén teljesül. Ez 1 sorozat.

Legyen most $q = \frac{p}{s} > 1$ és $(p, s) = 1$, $s > 1$.

Ekkor $a_5 = a_1 \left(\frac{p}{s}\right)^4$, ahonnan $a_5 s^4 = a_1 p^4$. Mivel $(p, s) = 1$, $s^4 \mid a_1$ és $p^4 \mid a_5$. 1 és 90 között csak a $p = 3$, $s = 2$, $a_1 = 16$, $a_5 = 81$ értékek jöhetnek szóba. Ezek jók is, hiszen 16, 24, 36, 54, 81 mértani sorozat. Ez egy újabb sorozat.

Összesen tehát 7 öttagú mértani sorozat található a lottószámok között.

Hablicsek Márton (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 8. o.t.)