

I. megoldás. A feltételből következik, hogy négyszög konvex.
 Használjuk az 1. ábra jelöléseit!

$$t_1 = \frac{1}{2}xn, \quad t_2 = \frac{1}{2}xm, \quad t_3 = \frac{1}{2}ym, \quad t_4 = \frac{1}{2}yn.$$

Ebből látható, hogy $t_1t_3 = t_2t_4$. Az átlók felezik a területet, azaz $t_1 + t_2 = t_3 + t_4$, és $t_1 + t_4 = t_2 + t_3$. E két egyenlőség összeadásából $t_1 = t_3$, ezért $t_2 = t_4$. A területek szorzatára kapott egyenlőségek szerint így $t_1^2 = t_2^2$, tehát $t_1 = t_2$. Innen pedig azonnal adódik, hogy mind a négy terület egyenlő.

Fischer Noémi (Budapest, Árpád Gimn., 9. o.t.)

II. megoldás. Belátjuk, hogy a feltétel teljesülésekor a négyszög paralelogramma. Tegyük fel, hogy nem az, vagyis valamelyik átló nem felezi a másikat, például a BD átló F felezőpontja nem esik AC -re, hanem pl. az ABC háromszög belsejében van (2. ábra).

Az AF súlyvonal felezi ABD területét, FC pedig BCD -ét. Ebből adódik, hogy $t_{ABF} + t_{BCF}$ a négyszög területének a fele, ami egyenlő t_{ABC} -vel. A két felírt terület különbségként azt kapjuk, hogy $t_{AFC} = 0$, ami azt jelenti, hogy az átlók felezik egymást.

Az $ABCD$ négyszög tehát paralelogramma, amelyben az átlók által létrehozott négy háromszög területe nyilván egyenlő.

