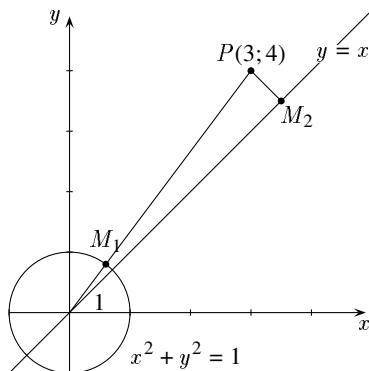


Alakítsuk szorzattá az egyenlet bal oldalát:

$$y(x^2 + y^2) - x(x^2 + y^2) - y + x = (y - x)(x^2 + y^2 - 1) = 0.$$

Az első tényező az első síknegyedben az origón átmenő szögfelező egyenes egyenlete, a második az origó középpontú, egységnyi sugarú kör egyenlete. Az egyenletet a két ponthalmaz egyesítésében lévő pontok elégítik ki.



A P pontnak a körtől való távolsága az a szakasz, amelyet a P pont és a P -t az origóval összekötő szakasznak a körrel való M_1 metszéspontja határoz meg. Ez a legrövidebb a P -t a kör kerületével összekötő szakaszok közül. P és M_1 távolsága $d_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} - 1 = 4$ egység.

Egy pontból egy rajta át nem menő egyenes pontjaihoz húzott szakaszok közül a legrövidebb a merőleges szakasz. Számítsuk ki ennek a hosszát. P -ből az $y = x$ egyenesre bocsátott merőleges egyenlete:

$$y - 4 = -(x - 3), \quad \text{rendezve} \quad y = -x + 7.$$

A két egyenes metszéspontjának koordinátái a két egyenes egyenletéből $M_2(3, 5; 3, 5)$, és végül a két pont, P és M_2 távolsága

$$d_1 = \sqrt{(3 - 3, 5)^2 + (4 - 3, 5)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7071,$$

ami kisebb, mint $d_1 = 4$.

Tehát az egyenlettel megadott ponthalmaznak az $M_2(3, 5; 3, 5)$ pontja van a P -hez legközelebb.

Vanya Ádám (Esztergom, Dobó K. Gimn., 11. o.t.)