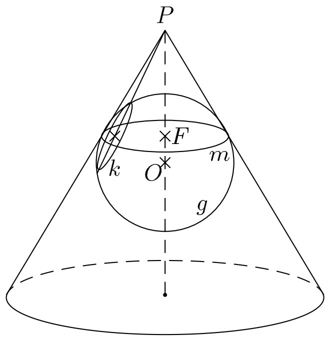
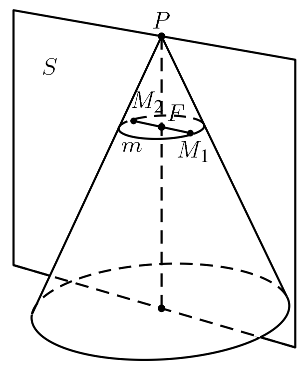


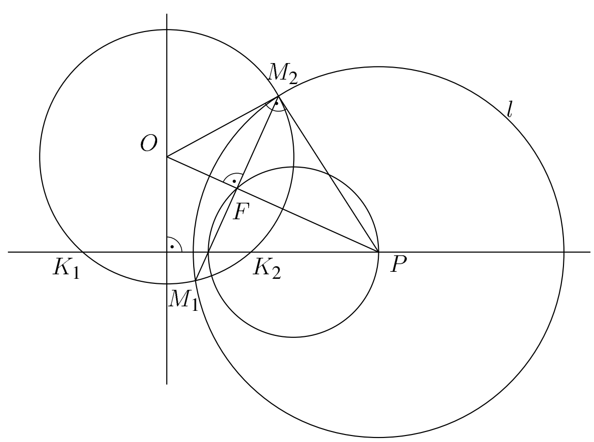
1. ábra



2. ábra

Legyen g egy olyan k-t tartalmazó gömb, amit egy P csúcsú c egyenes körkúp az m körvonalban érint (*1. ábra*). Mivel c egy körben érinti g-t, azért g-nek O-val jelölt középpontja rajta van c tengelyén, ami nyilván tartalmazza m-nek F-fel jelölt középpontját is. Messük el a rendszert a c tengelyét tartalmazó, k síkjára merőleges S síkkal. Eredeti feladatunk egy ebben a metszősíkban lévő síkbeli feladattá egyszerűsödik.

Jelölje az S síknak a k-val, illetve m-mel való metszéspontjait K_1, K_2, illetve M_1 és M_2 (*3. ábra*). Ekkor feladatunk a következő:



3. ábra

Adott a K_1K_2 szakasz és az egyenesén a szakaszon kívül egy P pont. Mi lesz a K_1-en és K_2-n átmenő körökhöz P-ből húzott érintők M_1 és M_2 érintési pontjait összekötő szakaszok F felezőpontjainak halmaza?

Ismert, hogy $PM_1^2 = PM_2^2 = PK_1 \cdot PK_2$. Mivel K_1 és K_2 rögzített pontok, ezért ez azt jelenti, hogy az M_1 és M_2 érintési pontok egy P középpontú, $\sqrt{PK_1 \cdot PK_2}$ sugarú l körre illeszkednek. Az F pont felezi az M_1M_2 szakaszt, ezért M_2F az OPM_2 derékszögű háromszög átfogóhoz tartozó magassága. Így a befogótétel szerint $PO \cdot PF = PM_2^2$, tehát F éppen az O pont l körre vonatkozó inverze. Ha az összes K_1-en és K_2-n átmenő kört tekintjük, akkor O befuthatja a K_1K_2 szakasz teljes felező merőlegesét, l-re vonatkozó inverzei pedig egy K_1K_2-re szimmetrikus, P-n átmenő körvonal P-től különböző pontjait futják be.

Az első bekezdésben leírtak szerint az eredeti térbeli feladat feltételeinek is ugyanez a ponthalmaz, azaz egy k síkjára merőleges síkban lévő, k-nak P-n átmenő átmérőjére szimmetrikus, P-n átmenő körvonal P-től különböző pontjai tesznek eleget.

Gueth Krisztián (Szombathely, Kanizsai D. Gimn., 12. o.t.) dolgozata alapján