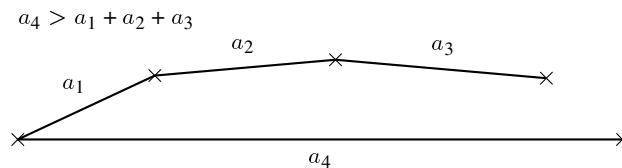


Adott szakaszokból csak akkor nem lehet sokszöget szerkeszteni, ha közülük a legnagyobb hossza legalább akkora, mint az összes többi hosszának összege.



Rendezzük a 2000 szakaszt hosszuk szerint növekvő sorrendbe, és jelöljük a hosszakat $1 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{2000}$ -rel. Teljes indukcióval megmutatjuk, hogy minden n természetes számra teljesül az

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq 2^{n-1}$$

egyenlőtlenség, amiből $n = 2000$ esetén következik feladatunk állítása. Az egyenlőtlenség $n = 1$ és 2 esetén nyilván igaz. Tegyük fel, hogy

$$a_1 + a_2 + \dots + a_k \geq 2^{k-1}.$$

Mivel az $a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}$ szakaszokból nem szerkeszthető sokszög, azért az első bekezdésben leírtak miatt

$$a_{k+1} \geq a_1 + a_2 + \dots + a_k,$$

vagyis

$$a_1 + a_2 + \dots + a_k + a_{k+1} \geq 2 \cdot (a_1 + a_2 + \dots + a_k) \geq 2 \cdot 2^{k-1} = 2^k,$$

ami igazolja állításunkat.

Horváth Gábor (Debrecen, Fazekas M. Gimn., 12. o.t.) dolgozata alapján