

A feladatot a k -ra vonatkozó indukcióval oldjuk meg; $k = 1$ -re az állítás nyilvánvaló.

Tegyük fel, hogy az állítás teljesül $k = n$ -re; megmutatjuk, hogy akkor $k = 2n$ -re és $k = 2n + 1$ -re is teljesül. A csokoládé tömegét egységnyiinek tekinthetjük. Az n -edik lépés nyomán keletkezett részek közül az $\frac{1}{n+1}$ -nél nem kisebb tömegű részek számát jelöljük M -mel; nyilván $M \leq n + 1$.

Ha $M \leq n$, akkor további n lépést követően az M rész mindegyike legalább a felére csökken, azaz kisebb $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{n+1} = \frac{1}{n+1} = \frac{2}{(2n+1)+1}$ -nél; mivel ekkor minden darab kisebb, mint $\frac{1}{n+1}$, ebben az esetben az indukciós lépés(ek)e)t elvégeztük.

Ha $M = n + 1$, akkor az n -edik lépés után $n + 1$ darab csokoládénk van, és mindegyik darab tömege pontosan $\frac{1}{n+1}$. Az előzőekhez hasonlóan világos, hogy további $n + 1$ lépés után minden darab tömege legfeljebb $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n+1} < \frac{1}{(2n+1)+1}$, így a $k = 2n + 1$ esettel készen vagyunk. A $k = 2n$ -edik lépés után pedig a helyzet a következő: egy kivételével mindegyik rész tömege legfeljebb $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n+1}$, egy rész pedig pontosan $\frac{1}{n+1}$ tömegű. Mivel $\frac{1}{n+1} < \frac{2}{2n+1}$, az indukció – és ezzel a bizonyítás – teljes.

Terpai Tamás (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. o.t.)