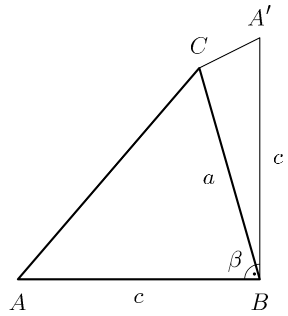
Mivel A és C szerepe a feladatban felcserélhető, azért feltehetjük, hogy az ABC háromszög pozitív körüljárású. Legyen $AB = c$, $BC = a$, $ABC\sphericalangle = \beta$, és jelöljük A'-vel A-nak a B körüli $-90°$-os elforgatottját (*ábra*). Ekkor A' is rácspont, mert ha a $\overrightarrow{BA}$ koordinátái $(x,\, y)$, akkor a $\overrightarrow{BA'}$ koordinátái $(y,\, -x)$, amik egész számok (mert A is és B is rácspont), s így A' koordinátái is egészek, mert egészek összegeként állnak elő.



Az $A'BC$ háromszögben a koszinusztétel szerint

$$A'C^2 = BC^2 + BA'^2 - 2BC \cdot BA' \cdot \cos(90° - ABC\sphericalangle) = a^2 + c^2 - 2ac\sin\beta.$$

Feltételünk szerint $(a+c)^2 < 8T + 1$, ami a $T = \dfrac{1}{2}ac\sin\beta$ képletet felhasználva

$$-2ac\sin\beta < \frac{1}{2}\left(1 - (a+c)^2\right)$$

alakra hozható. Tehát

$$A'C^2 = a^2 + c^2 - 2ac\sin\beta < a^2 + c^2 + \frac{1}{2}\left(1 - (a+c)^2\right) = \frac{1}{2}\left(1 + (a-c)^2\right). \tag{1}$$

Ám a háromszög-egyenlőtlenség miatt $A'C \geq |BC - A'B| = |a - c|$ – itt egyenlőség is lehet, ha az $A'BC$ háromszög elfajuló –, vagyis $A'C^2 \geq (a-c)^2$. Így

$$(a-c)^2 \leq A'C^2 < \frac{1}{2}\left(1 + (a-c)^2\right),$$

amiből kapjuk, hogy $(a-c)^2 < 1$. Ezt az (1) egyenlőtlenségbe visszaírva

$$A'C^2 < \frac{1}{2}(1+1) = 1$$

adódik. Két rácspont távolsága azonban csak akkor lehet 1-nél kisebb, ha a pontok egybeesnek, tehát $A' \equiv C$.

Vagyis az A-nak B körüli $-90°$-os elforgatottja C, azaz A, B és C valóban egy négyzet három csúcsa.

Terpai Tamás (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. o.t.)