

Legyen f_n a Fibonacci számok sorozata ($f_0 = 1, f_1 = 1, f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$). Teljes indukcióval bebizonyítjuk, hogy ha a bal oldalon legalább két törtjel van, akkor

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{x}}}} = \frac{f_n + f_{n+1}x}{f_{n+1} + f_{n+2}x},$$

ahol n kettővel kevesebb a törtjelek számánál.

Ha $n = 0$, akkor az állítás igaz. Az indukciós lépéshez azt kell bebizonyítanunk, hogy

$$\frac{1}{1 + \frac{f_n + f_{n+1}x}{f_{n+1} + f_{n+2}x}} = \frac{f_{n+1} + f_{n+2}x}{f_{n+2} + f_{n+3}x},$$

azaz, hogy

$$\frac{f_{n+1} + f_{n+2}x}{f_n + f_{n+1} + (f_{n+1} + f_{n+2})x} = \frac{f_{n+1} + f_{n+2}x}{f_{n+2} + f_{n+3}x}.$$

Ez viszont következik a Fibonacci számok rekurziójából. A megoldandó egyenlet tehát

$$\frac{f_n + f_{n+1}x}{f_{n+1}f_{n+2}x} = x,$$

amiből $x = \sqrt{\frac{f_n}{f_{n+2}}}$.

Ha $n > 0$, akkor $x > 0$, a lánc törtben nem osztunk nullával, tehát jó megoldásokat kapunk. Ha $n = 0$, akkor $x = 0$, és ebben az esetben a lánc törtnek nincs értelme.

Végül, ha csak egy törtjel van a lánc törtben, akkor az egyenlet $\frac{1}{x} = x$, aminek a pozitív megoldása $x = 1$.

Összefoglalva, a megfelelő x -ek a $\sqrt{\frac{f_n}{f_{n+2}}}$ alakú számok, ahol $n > 0$ egész, és az $x = 1$.