

Az  $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$  azonosságot kétszer alkalmazva

$$0 = (x + y + z)^3 = ((x + y) + z)^3 = (x + y)^3 + z^3 + 3(x + y)z(x + y + z) = x^3 + y^3 + 3xy(x + y) + z^3 + 3(x + y)z(x + y + z) =$$

Az első két egyenletből álló rendszer megoldásai így pontosan azok az  $x, y, z$  számhármassok, amelyek egyik eleme 0, a másik két elem pedig egymás ellentettje. Ha  $z = 0$  és  $y = -x$ , akkor a harmadik egyenlet szerint  $2x^{1999} = 2^{2000}$ , ebből az  $x = 2, y = -2, z = 0$  megoldást kapjuk. Ha  $y = 0$  és  $z = -x$ , akkor hasonlóan eljárva  $0 = 2^{2000}$  adódik, ami nem ad megoldást. Végül, ha  $x = 0$  és  $z = -y$ , akkor  $-2y^{1999} = 2^{2000}$  szerint az  $x = 0, y = -2, z = 2$  megoldást kapjuk.

*Jesch David* (Nagykanizsa Batthyány L. Gimn., 9. o.t.) *Torda Péter* (Gyöngyös, Berze Nagy J. Gimn., 11. o.t.)