I. megoldás. Az *1. ábra* jelöléseivel be kell látnunk, hogy

$$k^2+l^2+m^2=q^2+r^2+s^2, (1) azaz k^2-s^2+l^2-r^2+m^2-q^2=0, azaz \qquad (k-s)(k+s)+(l-r)(l+r)+(m-q)(m+q)=$$

Mivel $k+o+s=l+o+r=m+o+q=S$ (S a bűvös négyzet állandója),

$$k+s=l+r=m+q=S-o,$$

tehát (2) így írható:

$$(S-o)(k-s+l-r+m-q)=0. \tag{3}$$

De $k+l+m=q+r+s(=S)$, tehát a szorzat második tényezője 0, ezért az valóban 0. Így az állítást igazoltuk.

II. megoldás. A feladat a következő állítás segítségével is megoldható:

Állítás: A 3×3-as bűvös négyzet állandója háromszorosa a középső elemnek.

Ez az *1. ábra* segítségével a következőképpen látható be. Írjuk fel a bűvös tulajdonságot a középső sorra, a két átlóra, majd az első és harmadik oszlopra:

$$n+o+p=Sk+n+q=Sk+o+s=Sm+p+s=Sm+o+q=S$$

Vonjuk ki az első három egyenlőség összegéből az utolsó kettő összegét:

$$n+o+p+k+o+s+m+o+q-k-n-q-m-p-s=3S-2S,$$
$$\text{és így valóban} \qquad 3o=S.$$

Ezt az állítást megtalálhatjuk *Bakos Tibor:* Ki tud többet a bűvös négyzetekről? című könyvének 43. oldalán is, a *3. ábra* pedig azt is megmutatja, hogyan is néz ki általában egy 3×3-as bűvös négyzet.

Most Bakos Tibor jelölését használjuk: legyen a középső (centrális) elem C, és jelöljük $(C+D)$-vel a bal felső sarokban, $C+d$-vel a jobb felső sarokban álló számot. (Most D és d tetszőleges (negatív) szám is lehet) (*2. ábra*).

Mivel $3C=S$, azért mindkét átlóban $3C$ kell legyen a számok összege: vagyis a bal alsó és jobb alsó sarokban $C-d$, illetve $C-D$ kell álljon. Innen már könnyen adódik a bűvös négyzet többi eleme is – ez látható a 3. ábrán.

A bizonyítandó állítás ekkor:

$$(C+D)^2+(C-D-d)^2+(C+d)^2=(C-d)^2+(C+D+d)^2+(C-D)^2.$$

A négyzetreemelést elvégezve láthatjuk, hogy mindkét oldalon ugyanazok a tagok állnak, a feladat állítása teljesül.

Boros Vazul (Berzsenyi D. Gimn., 9. o.t.) dolgozata alapján

k	l	m
n	o	p
q	r	s

$C+D$		$C+d$
	C	

$C+D$	$C-D-d$	$C+d$
$C-D+d$	C	$C+D-d$
$C-d$	$C+D+d$	$C-D$