

Legyenek $a_1 < a_2 < \dots < a_{100}$ tetszőleges különböző pozitív egész számok, összegük $\sum_{j=1}^{100} a_j = A$, és tegyük fel, a feladat állításával ellentétben, hogy sehogyan sem választható ki közülük kettő, amelyek összege ne lenne osztója a többi 98 összegének, tehát e kettőt is hozzáadva, A -nak. Ez azt jelentené, hogy minden $1 \leq k < l \leq 100$ egészre $a_k + a_l \mid A$. Nyilván $A < 100 \cdot a_{100}$, azaz $a_{100} > \frac{A}{100}$.

Ekkor az $a_1 + a_{100}; a_2 + a_{100}; \dots; a_{99} + a_{100}$ számok mindegyike nagyobb, mint $\frac{A}{100}$, különbözőek, és feltevésünk szerint mind osztói A -nak. De A -nak nem lehet 99 különböző A -nál kisebb és $\frac{A}{100}$ -nál nagyobb osztója, legfeljebb csak 98:

$$\frac{A}{99}, \frac{A}{98}, \frac{A}{97}, \dots, \frac{A}{2},$$

hiszen $a_j + a_{100} = A$ már nem lehetséges, mert akkor a többi 98 szám mind 0 volna.

Így az $a_j + a_{100}$ számok nem lehetnek mindannyian különbözők, ez pedig ellentmond a kiindulásunknak, hogy maguk az a_j -k különbözőek.

Indirekt feltevésünkkel ellentmondásra jutottunk, így a feladat állítását bebizonyítottuk.

Venter György (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzés. Teljesen hasonló módon bizonyítható a feladat 100 és 98 helyett n -re és $(n - 2)$ -re ($n \geq 3$) kimondva.