

Legyenek  $a_1 < a_2 < \dots < a_{100}$  tetszőleges különböző pozitív egész számok, összegük  $\sum_{j=1}^{100} a_j = A$ , és tegyük fel, a feladat állításával ellentétben, hogy sehogyan sem választható ki közülük kettő, amelyek összege ne lenne osztója a többi 98 összegének, tehát e kettőt is hozzáadva,  $A$ -nak. Ez azt jelentené, hogy minden  $1 \leq k < l \leq 100$  egészre  $a_k + a_l \mid A$ . Nyilván  $A < 100 \cdot a_{100}$ , azaz  $a_{100} > \frac{A}{100}$ .

Ekkor az  $a_1 + a_{100}; a_2 + a_{100}; \dots; a_{99} + a_{100}$  számok mindegyike nagyobb, mint  $\frac{A}{100}$ , különbözőek, és feltevésünk szerint mind osztói  $A$ -nak. De  $A$ -nak nem lehet 99 különböző  $A$ -nál kisebb és  $\frac{A}{100}$ -nál nagyobb osztója, legfeljebb csak 98:

$$\frac{A}{99}, \frac{A}{98}, \frac{A}{97}, \dots, \frac{A}{2},$$

hiszen  $a_j + a_{100} = A$  már nem lehetséges, mert akkor a többi 98 szám mind 0 volna.

Így az  $a_j + a_{100}$  számok nem lehetnek mindannyian különbözők, ez pedig ellentmond a kiindulásunknak, hogy maguk az  $a_j$ -k különbözőek.

Indirekt feltevésünkkel ellentmondásra jutottunk, így a feladat állítását bebizonyítottuk.

*Venter György* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

*Megjegyzés.* Teljesen hasonló módon bizonyítható a feladat 100 és 98 helyett  $n$ -re és  $(n - 2)$ -re ( $n \geq 3$ ) kimondva.