

Egy dobókockával hatféle számot dobhatunk, n dobókocka esetén ez 6^n lehetőség. Ezek közül $n \cdot 5^{n-1}$ esetben lesz pontosan egy hatos dobás, ugyanis ez az n kocka bármelyikén lehet, a többi $n-1$ kockán pedig egymástól függetlenül 5 másik szám fordulhat elő. A pontosan egy hatos dobásának a valószínűsége tehát

$$V_n = \frac{n \cdot 5^{n-1}}{6^n}.$$

Az a kérdés, hogy ez milyen n -re lesz a legnagyobb. Látható, hogy $V_1 = \frac{1}{6}$, $V_2 = \frac{10}{36}$, $V_3 = \frac{3 \cdot 25}{6 \cdot 36} = \frac{25}{72}$, azaz $V_1 < V_2 < V_3$.

Nézzük meg, igaz-e általában, hogy $V_n < V_{n+1}$.

$$\frac{n \cdot 5^{n-1}}{6^n} \stackrel{?}{<} \frac{(n+1) \cdot 5^n}{6^{n+1}}.$$

$\frac{5^{n-1}}{6^n}$ -nel egyszerűsítve és rendezve

$$6^n \stackrel{?}{<} 5n + 5,$$

azaz

$$n \stackrel{?}{<} 5.$$

Tehát $V_n < V_{n+1}$ csak $n < 5$ esetén igaz.

Ha $n = 5$, akkor $V_n = V_{n+1}$, vagyis $V_5 = V_6$, ha pedig $n > 5$, akkor $V_n > V_{n+1}$. (Ezután a V_n valószínűség csökken). Ezért a vizsgált valószínűség 5 és 6 dobókocka esetén lesz egyformán a legnagyobb, mégpedig $\left(\frac{5}{6}\right)^5 \approx 0,4$ (ami tulajdonképpen meglepően nagy).

Ambrus Gergely (Szeged, Radnóti M. Kísérlet Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján